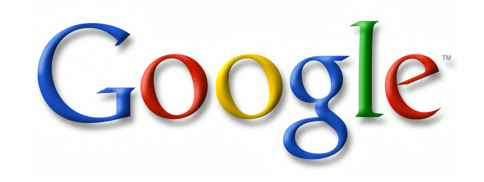
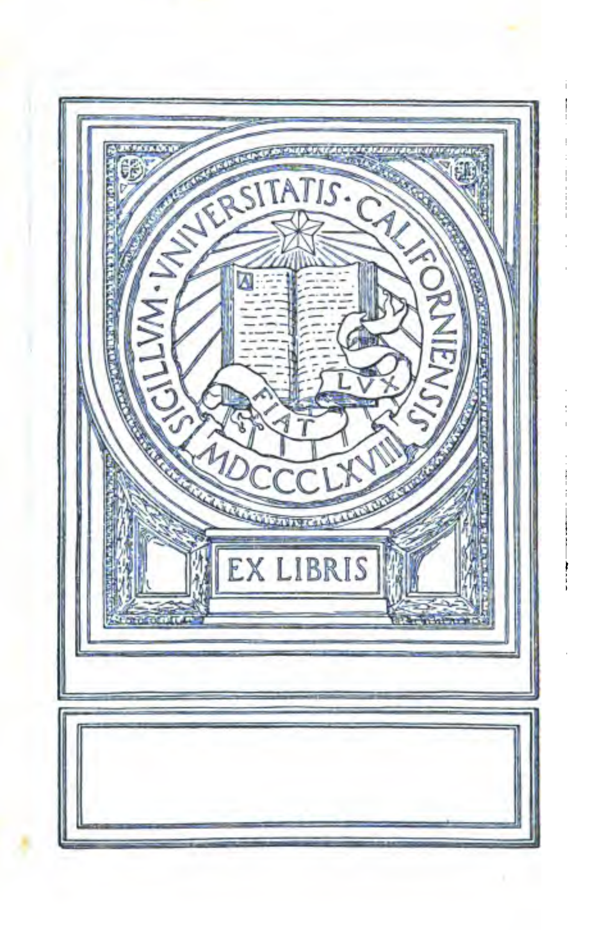



UC-NRLF
$B 79 399


SIGILLVM · VNIVERSITATIS · CALIFORNIENSIS
LVX
FIAT
MDCCCLXVIII
EX LIBRIS

ГРАФИЧЕСКІЙ РАЗСЧЕТЪ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХЪ СВОДОВЪ

НА ОСНОВАНІИ

ТЕОРІИ УПРУГОСТИ.

Инженера-капитана **Н. Житкевича**,

штатнаго преподавателя Николаевской Инженерный Академіи и Училища.

(Отдѣльный оттискъ изъ Инж. журн. № 1, 2—3, 4 и 5 1898 г.).

С.-ПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія и Литографія В. А. Тиханова, Садовая, № 27.
1898.

Дозволено цензурою, С.-Петербургъ 9 іюля 1898 г.

ГРАФИЧЕСКІЙ РАЗСЧЕТЪ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХЪ СВОДОВЪ НА ОСНОВАНІИ ТЕОРІИ УПРУГОСТИ.

Цѣль предлагаемой статьи—указать по возможности простой и удобный для практики способъ разсчета цилиндрическихъ сводовъ изъ разныхъ матеріаловъ.

Въ настоящее время для рѣшенія этого вопроса имѣется богатѣйшій матеріалъ, съ одной стороны, въ видѣ математическихъ изслѣдованій и сложныхъ аналитическихъ разсчетовъ, основанныхъ на теоріи упругости, а съ другой—болѣе простые графическіе способы разсчета, разсматривающіе матеріалы сводовъ какъ тѣла абсолютно твердыя.

Противоположность этихъ основныхъ положеній влечетъ за собою значительную разницу въ результатахъ разсчетовъ.

Кромѣ того, графическіе способы разсчета, основанные на законахъ статики, опредѣляютъ положеніе безчисленнаго множества кривыхъ давленій, удовлетворяющихъ условіямъ равновѣсія свода и, слѣдовательно, не даютъ полнаго представленія о тѣхъ внутреннихъ силахъ, которыя проявляются въ кладкѣ свода.

Естественно, что вопросъ о примѣненіи той или другой теоріи къ разсчету сводовъ можетъ быть рѣшенъ удовлетворительно только на основаніи многочисленныхъ опытовъ, выясняющихъ сущность упругихъ свойствъ матеріаловъ.

Въ этомъ отношеніи изъ всѣхъ опытовъ наиболѣе цѣнными являются опыты, произведенные въ Австріи и опи-

I. *Результаты опытовъ Баха надъ образцами изъ цементнаго раствора и бетона.*

(См. «Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure», 1895 г. № 17, 1896 г. № 48 и 1897 г. № 9).

Всѣ предъидущіе опыты производились надъ образцами малыхъ размѣровъ (наибольшіе размѣры: 12 сантим.×12 сантим.×15 сантим.), и поэтому, при разнородности составныхъ частей бетона и значительной разницѣ въ размѣрахъ щебня, нельзя было разсчитывать на точность результатовъ.

Свои опыты Бахъ производилъ надъ цилиндрическими образцами діаметромъ 250 милим. и высотою 1.000 милим.

Въ первоначальныхъ опытахъ, описанныхъ въ Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, 1895 г. № 17, составъ бетона былъ слѣдующій:

I) 1 часть цемента, 2,5 ч. песку, 5 ч. гравія.
II) 1 » » 2,5 ч. » 5 ч. известковаго щебня.
III) 1 ч. » 7 ч. песку, хряща и гравія въ той пропорціи, въ какой они были взяты изъ карьеръ.
IV) 1 ч. цемента, 3 ч. песку, 6 ч. гравія.
V) 1 ч. » 3 ч. » 6 ч. известковаго щебня.
VI) 1 ч. » 9 ч. хряща.

Для каждаго состава было сдѣлано по три образца на цементѣ завода Blaubeuren, обозначенномъ для краткости буквою B, и по три образца изъ невыдержаннаго, свѣжаго цемента завода въ Lauffen'ѣ, обозначеннаго буквою L.

Впослѣдствіи (см. Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, 1896 г. № 48) были произведены опыты надъ 102 образцами слѣдующаго состава:

I) 2 образца изъ чистаго цемента.
II) 3 образца состава 1 ч. цемента, 1,5 ч. песку.
III) 6 » » 1 ч. цемента, 3 ч. песку.
IV) 6 » » 1 ч. цемента, 4,5 ч. песку.
V) 2 » » изъ чистаго цемента

VI)	5 образцовъ состава.	1 ч. цемента. 2,5 ч. песку изъ Дуная. 5 ч. гравія.
VII)	3 » »	1 ч. цемента. 2,5 ч. песку изъ Egginger'a. 5 ч. известковаго щебня.
	3 » »	1 ч. цемента. 2,5 ч. песку изъ Дуная. 5 ч. известковаго щебня.
VIII)	6 » »	1 ч. цемента. 3 ч. песку изъ Дуная. 6 ч. гравія.
IX)	3 » »	1 ч. цемента. 3 ч. песку изъ Дуная. 6 ч. известковаго щебня.
	3 » »	1 ч. цемента. 3 ч. песку изъ Egginger'a. 6 ч. известковаго щебня.
X)	6 » »	1 ч. цемента. 3,5 ч. песку. 7 ч. гравія.
XI)	6 » »	1 ч. цемента. 3,5 ч. песку. 7 ч. известковаго щебня.
XII)	6 » »	1 ч. цемента. 4 ч. песку. 8 ч. гравія.
XIII)	3 » »	1 ч. цемента. 4 ч. песку изъ Дуная. 8 ч. известковаго щебня.
	3 » »	1 ч. цемента. 4 ч. песку изъ Egginger a. 8 ч. известковаго щебня.
XIV)	6 » »	1 ч. цемента. 4,5 ч. песку (Д). 9 ч. гравія.

XV) 6 образцовъ состава.	1 ч. цемента. 4,5 ч. песку (E). 9 ч. известковаго щебня.
XVI) 6 » »	1 ч. цемента. 5 ч. песку (Д). 10 ч. гравія.
XVII) 6 » »	1 ч. цемента. 5 ч. песку (E). 10 ч. известковаго щебня.
XVIII) 3 » »	1 ч. цемента. 1,5 ч. песку (E). 3 ч. мелкаго щебня.
XIX) 3 » »	1 ч. цемента. 1,5 ч. песку (E). 3 ч. гравія.
XX) 3 » »	1 ч. цемента. 2 ч. песку (E). 4 ч. мелкаго щебня.
XXI) 3 » »	1 ч. цемента. 2 ч. песку (E). 4 ч. гравія.

Всего 102 образца.

Цементъ (B) далъ на ситѣ 900 отверстій на 1 кв. сантим. остатокъ 1,9%; цементъ (L)—3,3%.

Песокъ, щебень и гравій были тщательно промыты и просушены. Перемѣшиваніе смоченныхъ составныхъ частей производилось на платформахъ, послѣ чего заполняли слоями бетона деревянныя формы съ разъемными желѣзными обручами, утрамбовывая каждый слой до появленія воды. Торцы образцовъ покрывались слоемъ цементнаго раствора толщиною 1 сантим. Деревянныя формы снимались черезъ день; на бетонные цилиндры надѣвались мѣшки, которые въ теченіе 28 дней держались влажными. Къ испытаніямъ приступали черезъ 76—97 дней послѣ приготовленія образцовъ.

Изслѣдованія производились помощью машины, вкладыши которой представлены на черт. I, въ фиг. 1. Концы об-

разцовъ ограничивались параллельными плоскостями, къ которымъ прилегали зажимныя плиты, упирающіяся въ машину сферическими поверхностями, благодаря чему давленіе распредѣлялось равномѣрно по всему верхнему и нижнему основаніямъ испытуемыхъ цилиндровъ.

Для измѣренія деформацій служилъ приборъ, фиг. 1 и 2, состоящій изъ двухъ колецъ: верхняго *AA* и нижняго *BB*; кольца эти прикрѣплялись къ образцу 4-мя нажимными винтами; разстояніе l между кольцами принято 750 милим.

Къ верхнему кольцу прикрѣплялись два измѣрительныхъ прибора, состоявшіе изъ дуги съ дѣленіями, фиг. 2, и стрѣлки *G*, соединенной зубчатою передачей съ рычагомъ *DEF*, вращающимся около точки *E*. Въ конецъ *D* рычага упирается вертикальный стержень *C*, установленный на нижнемъ кольцѣ. Поэтому при малѣйшемъ сжатіи образца конецъ *D* рычага поднимается и стрѣлка даетъ нѣкоторый отсчетъ по дугѣ.

Приборъ устроенъ такъ, что при укорачиваніи образца на 1 милим. стрѣлка передвигается по дугѣ на 300 милим.

Отсчетъ по дугѣ можно было сдѣлать съ точностью до 0,1 милим., и поэтому деформація образца измѣрялась съ точностью до $^1/_{3000}$ милим., такъ что, при первоначальномъ разстояніи между кольцами l=750 милим., относительное укорачиваніе выражалось съ точностью

$$\frac{1}{3.000 \times 750} = \frac{1}{2.250.000}.$$

Измѣрительные приборы прикрѣплялись съ двухъ противоположныхъ сторонъ, какъ показано въ фиг. 1; слѣдовательно сжатіе опредѣлялось вдоль двухъ діаметрально противоположныхъ производящихъ цилиндра. Деформація опредѣлялась какъ средняя ариѳметическая отсчетовъ на двухъ приборахъ.

Нагрузки увеличивались постепенно отъ нуля до наибольшей величины въ теченіе 1,5 минутъ; разгрузка производилась также постепенно.

При каждомъ отдѣльномъ опытѣ послѣдовательныя на-

грузки и разгрузки производились до тѣхъ поръ, пока получалась постоянная деформація.

Результаты опытовъ выражены графически въ прилагаемыхъ діаграммахъ, черт. I и II, фиг. 3—55, въ которыхъ ордонаты представляютъ нагрузки, а абсциссы — соотвѣтственныя сжатія: полныя, остающіяся и упругія.

Кромѣ того для образцовъ изъ цемента (В) состава: 1 ч. цемента, 2,5 ч. песку и 5 ч. гравія приведена таблица № 1.

Образцы эти испытывались черезъ 2,5 мѣсяца послѣ приготовленія.

Средній діаметръ образца—25,4 сантим.

Поперечное сѣченіе $\frac{\pi}{4} . 25,4^2 = 506,7$ кв. сантим.

Высота. . . . . 100,8 сантим.

Вѣсъ . . . . . . 120,6 килограм.

Удѣльный вѣсъ. . 2,33.

Температура при началѣ опытовъ 15° Ц., въ концѣ 15,7° Ц.

Таблица № 1.

1.	2.	3.	4	5.	6.	7.	8.
Нагрузка въ килогр.		Отсчетъ въ $^1/_{300}$ сант.		Сумма отсчетовъ.	Сжатіе въ $^1/_{600}$ сант.		
Полная.	На 1 кв. сант.	Лѣвый.	Правый.		Полное.	Остающееся.	Исчезающее.
0		5,00	5,00	10,00			
4.000	7,9	5,64	5,65	11,29	1,29	0,16	0,13
0		5,08	5,08	10,16			
4.000		5,63	5,67	11,30	1,30	0,16	0,14
0		5,06	5,10	10,16			
4.000		5,63	5,70	10,33	1,33	0,17	0,16
0		5,07	5,10	10,17			
4.000		5,64	5,69	11,33	1,33	0,17	0,16
0		5,07	5,10	10,17			
8.000	15,8	6,32	6,46	12,78	2,78	0,31	2,47
0		5,16	5,15	10,31			
8.000		6,33	6,50	12,83	2,83	0.34	2,49
0		5,15	5,19	10,34			
8.000		6,35	6,52	12,87	2,87	0,35	2,52
0		5,16	5,19	10,35			
8.000		6,39	6,51	12,90	2,90	0,35	2,55
0		5,16	5,19	10,35			
8.000		6,39	6,51	12,90	2,90	0,35	2,55
0		5,16	5,19	10,35			
12.000	23,7	6,88	7,59	14,47	4,47	0,50	3,97
0		5,20	5,30	10,50			
12.000		6,94	7,68	14,62	4,62	0,53	4,09
0		5,21	5,32	10,53			
12.000		6,95	7,69	14,64	4,64	0,55	4,09
0		5,22	5,33	10,55			
12.000		6.96	7,71	14,67	4,67	0,55	4,12
0		5,22	5,33	10,55			
12.000		6,96	7,71	14,67	4,67	0,55	4,12
0		5,22	5,33	10,55			

5) При нагрузкахъ отъ 12.000 килогр. до 16.000 килогр. (23,7—31,6 килогр. на кв. сантим.)

$$\alpha = \frac{5{,}80-4{,}12}{600.\ 75\,(31{,}6-23{,}7)} = \frac{1}{212.000}.$$

6) При нагрузкахъ отъ 16.000 килогр. до 20.000 килогр. (31,6—39,5 килогр. на кв. сантим.)

$$\alpha = \frac{7{,}63-5{,}80}{600.\ 75.\ (39{,}5-31{,}6)} = \frac{1}{194.000}.$$

Мѣрой упругости можетъ служить въ данномъ случаѣ коэффиціентъ сжатія α или величина обратная: $\varepsilon = \frac{1}{\alpha}$, называемая коэффиціентомъ упругости при сжатіи.

Приведенныя вычисленія показываютъ, что коэффиціентъ сжатія непостояненъ и увеличивается съ увеличеніемъ нагрузки.

Результаты опытовъ надъ образцами изъ цемента (L) приведены на діаграммахъ фиг. 15, 16, 17, 19, 20, 22, 24—32.

Всѣ первоначальные опыты надъ образцами бетона изъ цементовъ (B) и (L) показали:

1) При постепенныхъ нагрузкахъ и разгрузкахъ отъ 0 до 20.000 килогр., или 40 килогр. на 1 кв. сантим. поперечнаго сѣченія, число послѣдовательныхъ нагрузокъ и разгрузокъ, необходимыхъ для полученія постояннаго сжатія, быстро увеличивается по мѣрѣ возрастанія нагрузокъ.

2) Величина полнаго сжатія зависитъ отъ времени дѣйствія нагрузки.

3) Для образцовъ изъ цемента (L), не выдержаннаго въ складахъ, требовалось значительно большее число послѣдовательныхъ нагрузокъ и разгрузокъ для полученія постояннаго полнаго сжатія. Такъ напримѣръ, для образца состава: 1 ч. цемента (L), 2,5 ч. песку и 5 ч. гравія при нагрузкѣ отъ 0 до 16.000 килогр. (31,6 килогр. на кв. сантим.) потребовалось 11 послѣдовательныхъ нагрузокъ и разгрузокъ, тогда какъ для образца того же состава изъ цемента (B)— всего только 5 нагрузокъ и разгрузокъ.

При этомъ:

4) Во всѣхъ образцахъ изъ цемента (B) сжатія полное

и остающееся значительно меньше чѣмъ для образцовъ изъ цемента (L) того же состава и при тѣхъ же нагрузкахъ, что ясно видно изъ сравненія діаграммъ фиг. 3—14 съ діаграммами фиг. 15—20 и 24—32.

Вообще опыты показали, что на упругія свойства бетона значительное вліяніе имѣютъ:

1) свойства цемента;

2) относительное количество прочихъ составныхъ частей, и

3) качества ихъ.

Ниже приведена таблица № 2 коэффиціента сжатія α для образцовъ бетона различнаго состава изъ цемента (B) при нагрузкахъ отъ 0 до 4.000 килогр.

Таблица № 2.

№№	СОСТАВЪ ОБРАЗЦА.	Среднее значеніе α.
I	Чистый цементъ	0,00000474
II	1 ч. цемента, 1,5 ч. песку изъ Дуная (D) . . .	0,00000356
III	1 ч. „ 3 ч. „	0,00000431
IV	1 ч. „ 4,5 ч. „	0,00000628
V	Чистый цементъ другой партіи	0,00000525
VI	1 ч. цемента, 2,5 ч. песку (D), 5 ч. гравія	0,00000452
VII	1 ч. „ 2,5 ч. „ (E), 5 ч. „	0,00000304
VIII	1 ч. „ 3 ч. „ (D), 6 ч. „ . . .	0,00000474
IX	1 ч. „ 3 ч. „ (D), 6 ч. известк. щебня	0,00000369
X	1 ч. „ 3,5 ч. „ (D), 7 ч. гравія	0,00000571
XI	1 ч. „ 3,5 ч. „ (D), 7 ч. известк. щебня.	0,00000397
XII	1 ч. „ 4 ч. „ (D), 8 ч. гравія	0,00000618
XIII	1 ч. „ 4 ч. „ (D), 8 ч. известк. щебня.	0,00000429
XIV	1 ч. „ 4,5 ч. „ (D), 9 ч. гравія	0,00000601
XV	1 ч. „ 4,5 ч. „ (E), 9 ч. известк. щебня.	0,00000459
XVI	1 ч. „ 5 ч. „ (D), 10 ч. гравія	0,00000642
XVII	1 ч. „ 5 ч. „ (E), 10 ч. известк. щебня.	0,00000419

Результаты опытовъ приведены на діаграммахъ фиг. 32а—56.

Опытъ показалъ, что значительное вліяніе на упругость бетона имѣетъ количество песку. Такъ напримѣръ, коэффиціентъ сжатія при начальныхъ нагрузкахъ опредѣленъ:

1) для образца изъ чистаго цемента:

$$\alpha = 0{,}00000474 = \frac{1}{211.000};$$

2) для образца изъ цементнаго раствора 1 ч. цемента, 1,5 ч. песку

$$\alpha = 0{,}00000356 = \frac{1}{281.000};$$

3) для раствора 1 ч. цемента, 3 ч. песку

$$\alpha = 0{,}00000431 = \frac{1}{232.000};$$

4) для раствора 1 ч. цемента, 4,5 ч. песку

$$\alpha = 0{,}00000668 = \frac{1}{159.000}.$$

На черт. III, въ фиг. 57, абсцисы кривой ABC выражаютъ относительное количество песку, а ордонаты—соотвѣтственные коэффиціенты сжатія α, такъ что абсциссѣ 0 (чистый цементъ) соотвѣт. ордоната 0,00000476 и т. д.

Діаграмма показываетъ, что примѣсь песка сперва уменьшаетъ коэффиціентъ сжатія, при составѣ раствора около 1 : 1,5 коэффиціентъ сжатія получаетъ наименьшее значеніе и меньше коэффиціента сжатія для раствора изъ чистаго цемента на

$$100 . \frac{474-356}{474} = 25\%.$$

Съ увеличеніемъ содержанія песку коэффиціентъ α увеличивается и принимаетъ то же значеніе какъ и для чистаго цемента при относительномъ количествѣ песку 1 : 3; съ дальнѣйшимъ увеличеніемъ содержанія песку коэффиціентъ сжатія увеличивается.

Въ фиг. 58 представлены кривыя, выражающія законъ измѣненія коэффиціента сжатія раствора въ зависимости отъ количества песку и постепенно возрастающихъ нагрузокъ отъ:

0	. . .	до	4.000	килогр.
0	. . .	»	8.000	»
0	. . .	»	12.000	»
0	. . .	»	16.000	»
0	. . .	»	20.000	»

При томъ же относительномъ содержаніи песку (абсциссы) коэффиціенты сжатія (ордонаты) увеличиваются по мѣрѣ возрастанія нагрузокъ.

Вліяніе относительнаго количества другихъ составныхъ частей—гравія и щебня—видно изъ діаграммъ, упомянутыхъ выше. Опытъ показываетъ, что при употребленіи гравія получаются бетоны болѣе упругіе, чѣмъ бетоны со щебнемъ. На упругость бетона вліяютъ также качества составныхъ частей, напримѣръ песка.

Такимъ образомъ, коэффиціентъ сжатія бетона не постояненъ и зависитъ:

1) отъ состава бетона, т. е. относительнаго количества и качествъ его составныхъ частей;

2) отъ величины нагрузки, и

3) отъ продолжительности ея дѣйствія.

II. *Опыты надъ образцами изъ гранита.*

Въ Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, 1897 г. № 9, приведены результаты опытовъ Баха надъ образцами изъ синяго мелкозернистаго гранита для опредѣленія коэффиціента упругости при перерѣзываніи, раздробленіи, изгибѣ, сжатіи и растяженіи.

Для опредѣленія коэффиціента сжатія производились опыты надъ двумя цилиндрическими образцами діаметромъ 21,5 сантим. и высотою 105,05 сантим.; надъ каждымъ образцомъ было произведено по три опыта.

Образецъ I.

Среднiй діаметръ	21,5	сантим.
Поперечное сѣченіе . . .	363,1	кв. сантим.
Высота	105,05	сантим.
Вѣсъ	100,83	килогр.
Удѣльный вѣсъ	2,64.	

2

Первый опытъ былъ произведенъ 13-го іюня 1896 г.

Длина цилиндра между кольцами измѣрительнаго прибора $l = 75$ сантим. Постепенныя нагрузки производились отъ 0 до $P = 5.000$, 10.000, 15.000, 20.000, 25.000, 30.000, 35.000, 40.000, 50.000, 60.000 килогр.

и повторялись до тѣхъ поръ, пока деформація дѣлалась постоянною.

При нагрузкѣ 5.000 килогр., для полученія постоянныхъ сжатій: полнаго, остающагося и исчезающаго, требовалось произвести три послѣдовательныя нагрузки и разгрузки.

При	нагрузкѣ	10.000	килогр. . . .	6
»	»	25.000	» . .	9
»	»	50.000	» . .	11

Въ прилагаемой таблицѣ приведены величины полнаго, остающагося и исчезающаго сжатій при различныхъ напряженіяхъ.

При возрастаніи напряженія отъ 0 до δ.	Сжатія цилиндра длиною 75 сантим., выраженныя въ $^1/_{600}$ сантим.		
	Полное.	Остающееся.	Исчезающее.
0 до 13,8 килогр.	3,98	0,48	3,50
0 „ 27,5 „	9,17	1,41	7,76
0 „ 41,3 „	14,40	2,31	12,09
0 „ 55,1 „	19,62	3,16	16,46
0 „ 68,9 „	25,02	4,21	20,81
0 „ 82,6 „	29,89	4,98	24,91
0 „ 110,2 „	39,74	6,88	32,86
0 „ 137,7 „	48,39	8,36	40,03
0 „ 165,2 „	57,12	10,03	47,09

Результаты опытовъ выражены графически на діаграммѣ фиг. 59, причемъ ордонаты представляютъ нагрузки, абсциссы—соотвѣтственныя сжатія.

Второй и третій опытъ были произведены 16-го и 26-го іюня 1896 года надъ тѣмъ же образцомъ.

Результаты 3-го опыта выражены графически на діаграммѣ фиг. 60.

Изъ разсмотрѣнія этихъ данныхъ видно, что первоначально сжатія возрастаютъ быстрѣе чѣмъ соотвѣтственныя нагрузки, а послѣ нѣкоторой точки перелома абсциссы кривой, т. е. сжатія, увеличиваются меньше чѣмъ ордонаты.

Значительная разность между остающимися сжатіями третьяго опыта и тѣми же величинами при первомъ опытѣ можетъ быть объяснена тѣмъ обстоятельствомъ, что промежутокъ времени между опытами былъ различенъ: первый опытъ былъ произведенъ 13-го іюня, а третій 26-го іюня 1896 г.

Образецъ II.

Среднiй діаметръ. . . .	20,7	сантим.
Среднее поперечное сѣченіе	336,5	кв. сантим.
Высота	105,00	сантим.
Вѣсъ.	93,9	килогр.
Удѣльный вѣсъ	2,66.	

Надъ образцомъ произведены 3 опыта и при первыхъ двухъ допущена наибольшая нагрузка 100.000 килогр. или

$$\delta = \frac{100.000}{336,5} = 297,2 \text{ килогр. на 1 кв. сантим.}$$

Разстояніе между кольцами измѣрительныхъ приборовъ, т. е. длина сжимаемаго цилиндра въ 1-мъ и 2-мъ опытахъ, принята 50 сантим., а въ третьемъ опытѣ—75 сантим.

Опыты производились 18-го, 19-го и 25-го іюня 1896 г.

Результаты ихъ приведены въ діаграммахъ фиг. 61 и 62, выражающихъ зависимость между нагрузками и сжатіями: полнымъ, остающимся и исчезающимъ, при опытахъ № 1 и № 3.

Діаграммы эти показываютъ, что законъ измѣненія деформацій тотъ же какъ и при опытахъ съ образцомъ № I, т. е. при незначительныхъ нагрузкахъ деформаціи возра-

стаютъ быстрѣе соотвѣтственныхъ нагрузокъ, а затѣмъ, выше нѣкоторой точки перелома,—медленнѣе. Значительному промежутку времени (6 дней) между вторымъ и третьимъ опытомъ соотвѣтствуютъ бо́льшія остающіяся деформаціи, подобно тому какъ и при опытахъ съ первымъ образцомъ.

Такимъ образомъ всѣ описанные опыты надъ образцами изъ бетона, гранита, раствора изъ чистаго цемента и съ примѣсями песку показываютъ, что деформаціи не пропорціональны напряженіямъ сжимающихъ силъ.

Въ теоріи сопротивленія матеріаловъ мѣрой упругости при сжатіи служитъ коэффиціентъ сжатія α, опредѣляющій уменьшеніе длины цилиндра высотою 1 сантим. подъ дѣйствіемъ нагрузки въ 1 килогр., распредѣленной на 1 кв. сантим. площади поперечнаго сѣченія.

Такимъ образомъ, если цилиндръ длиною l сантим. укоротится подъ дѣйствіемъ данной сжимающей силы, напряженіе которой равно δ, на λ сантим., то относительное сжатіе выразится

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{l}, \text{ и}$$

коэффиціентъ сжатія

$$\alpha = \frac{\varepsilon}{\delta}; \text{ отсюда слѣдуетъ,}$$

$$\text{что } \varepsilon = \alpha . \delta, \text{ т. е.}$$

относительное укорачиваніе (сжатіе) равно коэффиціенту сжатія, умноженному на напряженіе сжимающей силы.

Величина E, обратная α,

$$\text{т. е. } E = \frac{1}{\alpha} = \frac{\delta}{\varepsilon},$$

называется коэффиціентомъ упругости при сжатіи (см. Бахъ, упругость и крѣпость матеріаловъ).

Послѣдніе опыты Hodgkinson'а, Bauschinger'а и Баха надъ чугуномъ, мѣдью, а также приведенные выше опыты надъ образцами изъ бетона, гранита и разныхъ растворовъ *) показываютъ, что для всѣхъ испытанныхъ матеріаловъ коэф-

*) Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure 1888, 1889, 1895, 1896 и 1897 гг.

фиціентъ сжатія α не пропорціоналенъ напряженіямъ δ и долженъ разсматриваться какъ нѣкоторая болѣе сложная функція напряженій.

Исключеніе составляютъ только сталь и желѣзо въ нѣкоторыхъ предѣлахъ для δ.

Въ 1895 г. были произведены обширные опыты инженеромъ Schüle для опредѣленія зависимости между ε, δ и α.

Опыты эти показали, что уравненіе

$$\varepsilon = \alpha . \delta^{m} \qquad \qquad (1)$$

выражаетъ искомую зависимость между относительнымъ сжатіемъ ε, коеффиціентомъ сжатія α и соотвѣтствующимъ напряженіемъ δ.

Ниже приведены опытныя данныя, показывающія, на сколько величины α, опредѣленныя изъ уравненія (1), совпадаютъ съ результатами опытовъ надъ чугуномъ, мѣдью, гранитомъ, бетономъ и растворами изъ чистаго цемента и съ примѣсью песку.

1) *Чугунъ.* Инженеръ Schüle на основаніи опытныхъ данныхъ опредѣлилъ для чугуна *)

$$\alpha = \frac{1}{1.381.700},$$

$$m = 1{,}0663,$$

и слѣдовательно уравненіе (1) выразится

$$\varepsilon = \frac{1}{1.381.700} \delta^{1{,}0663} \qquad \qquad (2).$$

Для сравненія деформацій упругихъ и исчезающихъ, опредѣленныхъ изъ уравненія (2) и полученныхъ на опытахъ при сжатіи чугунныхъ цилиндровъ длиною 75 сантим., можетъ служить слѣдующая таблица:

*) Zeitschrift des Vereines Deutcher Ingenieure, 1897 г. № 9.

Напряженія δ:	Упругія деформаціи: Опытныя.	Изъ уравненія (2).
166 килогр. на кв. сант.	7,60	7,59
333 » » »	15,88	15,94
499 » » »	24,60	24,54
666 » » »	33,42	33,38
832 » » »	42,34	42,32
998 » » »	51,31	51,38

Разность между данными двухъ послѣднихъ столбцовъ ничтожна, такъ какъ за единицу принята $^1/_{600}$ сантим.

2) ***Мѣдь.*** Для мѣди уравненіе (1) выразится

$$\varepsilon = \frac{1}{2.084.000}\,\delta^{1.093} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

Напряженіе силъ сжимающихъ: δ килогр. на 1 кв. сантим.	Упругія деформаціи: Опытныя.	По уравненію (3).
отъ 160,75 до 321,5	1,40	1,40
» — » 482,25	2,89	2,87
» — » 642	4,39	4,39
» — » 803,7	5,95	5,94
» — » 964,6	7,53	7,53

Совпаденіе данныхъ двухъ послѣднихъ столбцовъ почти полное.

3) ***Гранитъ.*** На основаніи опытныхъ данныхъ, приведенныхъ выше, пользуясь методомъ наименьшихъ квадратовъ, опредѣлены слѣдующія величины a и m для двухъ образцовъ:

Образецъ I:

$$\varepsilon = \frac{1}{249.540}\,\delta^{1,13207} \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Для повѣрки точности этого уравненія можетъ служить слѣдующая таблица:

Напряженія δ:	Упругія деформаціи: Опытныя.	Изъ уравненія (4).
отъ 0 до 13,8 килогр.	3,5	3,5
« 0 » 27,75 «	7,76	7,76
« 0 « 41,3 «	12,09	12,17

Образецъ II.

$$\varepsilon = \frac{1}{339.750} \delta^{1,1089} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Напряженія δ:	Упругія деформаціи. Опытныя.	Изъ уравненія (5).
отъ 0 до 14,9 килогр.	1,77	1,77
« 0 « 29,7 «	3,85	3,79
« 0 « 44,6 «	5,97	5,96

4) Образцы изъ чистаго цемента.

Приведенныя ниже данныя относятся къ образцамъ изъ чистаго цемента, результаты испытаній которыхъ описаны въ Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, 1896 г. стр. 1381 (образцы Ia, Ib, Va и Vb).

Для образца (Ia):

$$\varepsilon = \frac{1}{254.841} \delta^{1,0903} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Для образца (Ib):

$$\varepsilon = \frac{1}{259.131} \delta^{1,0950} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Для образцовъ Va и Vb:

$$\varepsilon = \frac{1}{231.416} \delta^{1,0928} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Для сравненія упругихъ и исчезающихъ деформацій, полученныхъ при опытахъ и вычисленныхъ по предъидущимъ уравненіямъ, можетъ служить слѣдующая таблица:

видно, что, по мѣрѣ увеличенія относительнаго количества песку въ растворѣ отъ 0 до 4,5, показатель m постепенно возрастаетъ:

$$m = 1,09,\ 1,11,\ 1,15,\ 1,17;$$

въ то же время коэффиціентъ α измѣняется въ слѣдующемъ порядкѣ:

Содержаніе песку: 0 1,5 3 4,5

$$\alpha = \frac{1}{250.000}\quad \frac{1}{356.000}\quad \frac{1}{315.000}\quad \frac{1}{230.000};$$

т. е. сперва коэффиціентъ сжатія при увеличеніи относительнаго количества песку уменьшается, достигаетъ наименьшей величины при содержаніи песку около 1,5, а затѣмъ снова быстро увеличивается, что́ вполнѣ согласно съ приведенными выше результатами опытовъ.

б) Образцы изъ бетона.

При составѣ бетона:

1 ч. цем., 2,5 ч. песку (Д), 5 ч. гравія $\varepsilon = \frac{1}{297.820}\,\delta^{1,14478}$

1 ч. цем., 2,5 ч. песку (Е), 5 ч. щебня $\varepsilon = \frac{1}{456.910}\,\delta^{1,15749}$

1 ч. цем., 5 ч. песку (Д), 6 ч. гравія $\varepsilon = \frac{1}{279.981}\,\delta^{1,13713}$

1 ч. цем., 3 ч. песку (Д), 6 ч. изв. щебня $\varepsilon = \frac{1}{308.283}\,\delta^{1,16075}$

1 ч. цем., 5 ч. песку (Д), 10 ч. гравія $\varepsilon = \frac{1}{217.260}\,\delta^{1,15662}$

1 ч. цем., 5 ч. песку (Е), 10 ч. изв. щебня $\varepsilon = \frac{1}{367.018}\,\delta^{1,20677}$

Какъ видно изъ таблицы, значительное вліяніе на величины α и m оказываетъ замѣна гравія щебнемъ.

Для сравненія исчезающихъ деформацій, полученныхъ вычисленіемъ изъ опыта, приведена слѣдующая таблица:

1 ч. цем., 5 песку (Д) и 10 гравія.		1 ч. цем., 5 песку (Е) и 10 ч. изв. щебня.	
Упругія деформаціи.		Упругія деформаціи.	
Опытныя.	Изъ уравненій.	Опытныя.	Изъ уравненій.
2,287	2,263	1,487	1,497
5,017	5,045	3,400	3,414
8,013	8,066	5,523	5,570
11,193	11,250	7,867	7,881
14,680	14,536	10,410	10,317

Незначительная разность между опытными и теоретическими данными позволяетъ признать приведенныя выше уравненія практически точными.

Такимъ образомъ, опыты показываютъ, что деформаціи тѣлъ при сжатіи не пропорціональны напряженіямъ сжимающихъ силъ.

Зависимость между коэффиціентомъ сжатія α и напряженіемъ δ выражается уравненіемъ

$$\varepsilon = \alpha . \delta^{m}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (A)$$

гдѣ ε—упругое относительное сжатіе.

Уравненіе (A) выражаетъ нѣкоторую кривую, ордонаты которой равны относительнымъ сжатіямъ ε, а абсциссы—δ^{m}. Дифференцируя уравненіе (A), получимъ

$$\frac{d\varepsilon}{d\delta} = m . \alpha . \delta^{m-1} . \quad . \quad . \quad . \quad (B)$$

При $m = 1$ уравненіе A приметъ видъ

$$\varepsilon = \alpha \delta,$$

или

$$\frac{d\varepsilon}{d\delta} \alpha = \text{Const.};$$

значитъ, кривая обратится въ прямую линію, выражающую

пропорціональность между деформаціями и соотвѣтствующими напряженіями. Подобная зависимость существуетъ до нѣкотораго предѣла для желѣза и стали.

Если показатель m въ уравненіи (A) больше единицы, то подобной пропорціональности не существуетъ, и разность

$$(m-1)$$

опредѣляетъ собою степень отступленія отъ идеально упругаго тѣла.

Изъ уравненія (A) видно, что чѣмъ больше разность

$$(m-1),$$

тѣмъ быстрѣе возрастаютъ относительныя сжатія сравнительно съ напряженіями, и кривая (A) тѣмъ ближе расположится къ оси (ε).

Такимъ образомъ, строго говоря, законъ пропорціональности между деформаціями и напряженіями не существуетъ для большинства матеріаловъ.

Расположивъ образцы матеріаловъ по возрастающимъ степенямъ показателя m, получимъ слѣдующую таблицу:

ОБРАЗЦЫ.	m.
1) Чугунъ	1,0663
2) Растворъ изъ чистаго цемента	1,0900
3) Мѣдь	1,0930
4) Растворъ состава: 1 ч. цем., 1,5 песку	1,1098
5) Гранитъ	1,1204
6) Бетонъ изъ 1 ч. цем., 2,5 песку, 5 ч. гравія	1,1448
7) Цементный растворъ: 1 ч. цем., 3 ч. песку	1,1473
8) Бетонъ: 1 ч. цем., 5 ч. песку, 10 ч. гравія	1,1566
9) Бетонъ: 1 ч. цем., 2,5 ч. песку, 5 ч. изв. щебня	1,1575
10) Бетонъ: 1 ч. цем., 3 ч. песку, 6 ч. щебня	1,1607
11) Растворъ состава: 1 ч. цем., 4,5 ч. песку	1,1687
12) Бетонъ: 1 ч. цем., 5 ч. песку, 10 ч. щебня	1,2068

Изъ этой таблицы видно, что для бетона наиболѣе выгоднымъ матеріаломъ является гравій, такъ какъ, напримѣръ, бетонъ состава: 1 ч. цем., 5 ч. песку и 10 ч. гравія, т. е. при содержаніи цемента $^1/_{15}$, обладаетъ почти такою же упругостью, какъ бетонъ состава 1 ч. цем., 2,5 ч. песку и 5 щебня, т. е. съ относительнымъ содержаніемъ цемента $^1/_{7,5}$.

На практикѣ для бетона среднихъ качествъ: 1 ч. цемента, 3 ч. песку, 6 ч. щебня ($m = 1,16075$), по даннымъ строительной инспекціи въ Берлинѣ (1887 г.) и строительнаго отдѣла министерства публичныхъ работъ (1890 г.), допускается въ постройкахъ напряженіе 10 килогр. на 1 кв. сантим.

На діаграммѣ фиг. 63 выражена графически зависимость между упругими относительными сжатіями ε и соотвѣтствующими напряженіями черезъ каждые 2 килогр.

Вычисленія сдѣланы по основной формулѣ

$$\varepsilon = \frac{1}{380.283}\,\delta^{1,16075}.$$

При $\delta = 0$ $\quad\varepsilon = 0$

» $\delta_1 = 2$ кил. на кв. сант. $\varepsilon = \frac{1}{380.283} \cdot 2^{1,16075} = 0,0000059$

» $\delta_2 = 4$ » » » $\varepsilon = \frac{4^{1,16075}}{380.283} = 0,0000131$

» $\delta_3 = 6$ » » » $\varepsilon = \frac{6^{1,16075}}{380.283} = 0,0000211$

» $\delta_4 = 8$ » » » $\varepsilon = \frac{8^{1,16075}}{380.283} = 0,0000294$

» $\delta_5 = 10$ » » » $\varepsilon = \frac{10^{1,16075}}{380.283} = 0,0000381$

Какъ видно изъ діаграммы, кривая *oabcde* мало отличается отъ прямой *oe*, и потому для напряженій, допускаемыхъ на практикѣ, можно принять, что упругія деформаціи пропорціональны напряженіямъ для бетона взятаго состава. Для бетона болѣе жирнаго, раствора и гранита, показатель *m* меньше только-что разсмотрѣннаго, и слѣдовательно кривая *oabcde* еще меньше будетъ отличаться отъ прямой *oe*, такъ что вообще бетонъ, гранитъ и цементный растворъ можно считать тѣлами упругими для напряженій, допускаемыхъ на практикѣ.

Опыты надъ сводами, произведенные въ Австріи, привели коммисію къ тому же заключенію.

Кромѣ механическихъ испытаній матеріаловъ особенно тщательно изучалась деформація сводовъ кирпичныхъ, бутовыхъ, бетонныхъ и желѣзно-бетонныхъ, такъ что явилась возможность сравнить упругія свойства разныхъ матеріаловъ при условіяхъ, встрѣчающихся на практикѣ, и рѣшить вопросъ, какой изъ матеріаловъ наиболѣе выгоденъ для возведенія сводовъ.

Подробное описаніе этихъ опытовъ приведено въ Zeitschrift des Oester. Ingenieur-und Architekten-Vereines, 1895 г. №№ 20—34.

Краткое описаніе этихъ опытовъ и главнѣйшіе результаты ихъ изложены ниже.

1) *Сводъ изъ естественнаго (бутоваго) камня.*

Продольная и поперечная профили свода представлены въ фиг. 64 и 65; внутренняя производящая его—дуга круга, при пролетѣ 23 метра и стрѣлѣ подъема 4,6 метра; ширина свода 2 метра, толщина въ пятахъ 1,10 метра, а въ замкѣ— 0,60 метра.

Кладка свода изъ песчаника средней твердости на цементномъ растворѣ изъ 1 ч. цемента и 2,6 ч. песку; песокъ чистый, тщательно промытый.

Камни отесывались грубо лишь на столько, чтобы получить швы надлежащей толщины.

2) *Кирпичный сводъ.*

Размѣры кирпичнаго свода тѣ же какъ и описаннаго бутоваго свода; продольная и поперечная профиль его представлены въ фиг. 66 и 67.

Кладка возведена изъ машиннаго кирпича на цементномъ растворѣ, того же состава какъ и для бутоваго свода. Кирпичъ укладывался въ перевязку по шаблонамъ, придавая швамъ клинообразную форму при средней толщинѣ ихъ около 8 милим. Кружала, какъ и при возведеніи бутоваго свода, были предварительно нагружены по всей длинѣ соотвѣтственно вѣсу возводимаго свода. Своды раскружалены спустя 6 недѣль послѣ возведенія. Для наблюденія за появ-

леніемъ трещинъ боковыя поверхности свода были покрыты тонкимъ слоемъ штукатурки.

3) *Бетонный сводъ.*

Поперечная и продольная профили представлены въ фиг. 68 и 69.

Пролетъ 23 милиметра; стрѣла 4,6 милим., ширина 2 милиметра; толщина 0,70 милим.

Сводъ состоялъ изъ бетона разнаго состава, въ зависимости отъ тѣхъ напряженій, которыя могли появиться въ разныхъ точкахъ свода при погрузкѣ.

Внутренняя масса кладки состояла изъ бетона состава: 1: 8; у наружной и внутренней поверхностей—изъ бетона состава: 1 : 2 и 1 : 5.

Въ пятахъ были положены асфальтовыя прокладки, которыя по своей упругости допускали нѣкоторое вращеніе въ пятахъ и замѣняли шарниры, допускаемые въ опорахъ при теоретическомъ изслѣдованіи.

Щебень полученъ изъ песчаника средней твердости; размѣры щебенокъ около 3 сантим.

Щебень, гравій и песокъ, взятые въ составъ бетона, были тщательно промыты.

Пропорція этихъ матеріаловъ въ бетонѣ была слѣдующая:

1) Бетонъ состава 1 : 2.

1 часть (по объему) портланд. цемента,
1/2 части гравія,
1/2 » щебня,
1 часть песку.

2) Бетонъ состава 1 : 5,

1 часть портланд. цемента,
1,5 » гравія,
1,5 » щебня,
2 части песку.

3) Бетонъ состава 1 : 8,

1 часть портланд. цемента,
3 части гравія,
2 » щебня,
3 » песку.

ордонаты, а соотвѣтственныя нагрузки какъ абсциссы разсматриваемыхъ точекъ.

Углы вращенія въ разныхъ точкахъ, въ зависимости отъ нагрузокъ, приведены въ прилагаемой таблицѣ № 1.

Таблица № 1.

Нагрузка.		Углы вращенія въ точкахъ:									
На 1 пог. метръ Тон	Общая. ны.	1		2		3		4		5	
		мин.	сек.	мин.	сек.	мин.	сек.	мин.	сек.	мин.	сек.
1,778	20,447	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,050	35,075	+ 0	32	+ 0	15	— 1	30	— 0	25	+0	15
4,914	56.511	+ 2	5	— 0	50	— 7	55	— 0	35	+1	20
4,914	56,511	+ 2	20	— 0	10	— 8	45	— 1	0	+1	35
6,437	74,022	+32	2	+33	59	1° 0	17	—26	12	+7	32

Знакомъ + обозначено вращеніе въ сторону обратную движенію часовой стрѣлки.

Первыя трещины на щекѣ свода появились при нагрузкѣ 4,914 тон. на 1 пог. метръ, и при этомъ наибольшими вертикальнымъ и горизонтальнымъ перемѣщеніями были 8,45 милим. и 7,6 милим.

Эта нагрузка дѣйствовала на сводъ въ теченіе ночи и вызвала только нѣкоторое увеличеніе трещинъ. Съ увеличеніемъ нагрузки трещины увеличились, а на другой щекѣ свода появились новыя, и стали распространяться по всей ширинѣ свода съ наружной и внутренней поверхности. Соотвѣтственно этому и деформація свода постепенно увеличивалась по мѣрѣ увеличенія нагрузки. При общей односторонней нагрузкѣ 74,022 тон. сводъ обрушился вслѣдъ за появленіемъ трещинъ у ненагруженной опоры.

2) *Кирпичный сводъ.* Вертикальныя и горизонтальныя перемѣщенія точекъ выражены графически на діаграммахъ

фиг. 77, 78, 79 и 80, углы же вращенія при тѣхъ же нагрузкахъ приведены въ слѣдующей таблицѣ № 2:

Таблица № 2.

Нагрузка.		Углы вращенія въ точкахъ:									
На 1 пог. метръ. Тонны.	Общая. Тонны.	1		2		3		4		5	
		мин.	сек.	мин.	сек	мин.	сек	мин.	сек.	мин.	сек.
1,778	20,447	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,050	35,075	+ 0	36	+ 0	33	— 2	22	+ 1	12	0	0
3,991	45,885	+ 1	45	+ 2	30	— 7	37	+ 3	20	0	0
4,930	56,695	+ 4	10	+ 6	5	—16	2	+ 6	00	0	0
4,930	56,695	+ 4	55	+ 7	15	—18	30	+ 6	42	0	0
Разгруженъ. 1,778	20,447	+ 1	50	+ 3	2	— 8	17	+ 3	45	0	0
3,050	35,075	+ 2	32	+ 3	57	—11	30	+ 5	2	0	0
3,050	35,075	+ 2	32	+ 4	0	—12	0	+ 5	30	0	0
4,930	56,695	+ 5	10	+ 7	10	—19	10	+ 7	50	0	0
5,874	67,548	+14	40	+17	30	—41	45	+14	0	0	0
5,874	67,548	+53	50	+56	30			+27	0	0	0

Первыя трещины появились одновременно на обѣихъ щекахъ свода при односторонней нагрузкѣ 42,2 тон. или 3,67 тон. на 1 пог. метръ. При дальнѣйшемъ увеличеніи нагрузки до 56,695 тон. число и величина трещинъ увеличивались. При послѣдовавшей затѣмъ нагрузкѣ всѣ трещины почти закрылись, но сводъ не принялъ первоначальнаго вида. Оставшіяся наибольшія вертикальныя и горизонтальныя перемѣщенія были 5 милим. и 2,5 милим. Вторичная нагрузка вызвала очень быстро новую деформацію свода, причемъ, кромѣ прежнихъ увеличившихся трещинъ, появились и новыя. При нагрузкѣ 5,874 тон. на пог. метръ сводъ постепенно разрушился; наибольшимъ перемѣщеніемъ

вертикальнымъ было 29,8 милим., горизонтальнымъ 20,4 милим.

Характерною особенностью можно считать, что всѣ трещины, появившіяся вслѣдствіе растяженія кладки, совпадали съ направленіемъ швовъ, т. е. представляли раскрытіе швовъ.

3) *Бетонный сводъ.* Результаты опытовъ выражены графически діаграммами фиг. 81, 82, 83 и 84 и приведены въ прилагаемой таблицѣ № 3, представляющей углы вращенія линій, начерченныхъ на щекахъ свода.

Таблица № 3.

Нагрузка.		Углы вращенія въ точкахъ:									
На 1 пог. метръ.	Полная.	1		2		3		4		5	
Тонны.		мин.	сек.	мин.	сек	мин.	сек.	мин.	сек.	мин.	сек.
1,778	20,447	0	00	0	0	0	0	0	0	0	0
3,050	35,075	+0	31	—0	10	—1	40	+0	20	+0	20
4,008	46,098	+1	10	+0	35	—1	40	+0	30	+0	42
4,008	46,098	+1	10	+0	35	—2	10	+0	30	+0	42
4,948	56,907	+2	5	+0	20	—4	50	+1	0	+0	52
5,907	67,930	+6	50	+0	28	—0	10	+3	5	+2	7
Разгруженъ.											
1,778	20,447	+4	50	+0	45	—0	55	+1	5	+0	57
3,050	35,075	+5	5	+0	38	—2	45	+1	50	+1	7
4,948	56,907	+6	0	+0	38	—2	45	+3	10	+1	7
6,847	78,735	— 6	5	+0	35	+5	30	+3	40	+3	17

Первыя трещины появились при нагрузкѣ 5,5 тон. на погонный метръ.

При увеличеніи нагрузки до 5,907 тон. на погон. метръ появились незначительныя трещины въ пятахъ и въ ненагруженной части свода.

Затѣмъ сводъ былъ разгруженъ и постепенно принялъ

почти первоначальный видъ, причемъ наибольшая остающаяся деформація выразилась перемѣщеніемъ нѣкоторыхъ точекъ на 3 милим. и всѣ трещины исчезли. При новой нагрузкѣ трещины появились снова.

Когда нагрузка достигла 7,239 тон. на погон. метръ, то сводъ внезапно обрушился, причемъ наибольшее перемѣщеніе точекъ оказалось въ 9 милим. и въ 5 милим.

Какъ указано выше, сводъ былъ возведенъ изъ бетона трехъ составовъ, распредѣленныхъ въ кладкѣ сообразно тѣмъ наибольшимъ напряженіямъ, которыя могли проявиться въ разныхъ точкахъ свода. Опытъ выяснилъ прежде всего, что при сильныхъ ударахъ бетонъ распадался на плитки, причемъ плоскости откола совпадали съ плоскостями соприкосновенія бетоновъ различныхъ составовъ, и даже отдѣльныхъ слоевъ бетона, не смотря на то, что при кладкѣ было обращено особое вниманіе на достиженіе возможно совершенной связи между отдѣльными слоями. Хотя съ теоретической точки зрѣнія и выгодно распредѣленіе нѣсколькихъ составовъ бетона въ зависимости отъ внутреннихъ напряженій въ кладкѣ свода, но на основаніи этого опыта слѣдуетъ избѣгать употребленія бетоновъ различныхъ составовъ, такъ какъ этимъ нарушается однородность всей кладки, имѣющая вліяніе на распредѣленіе внутреннихъ силъ.

Кромѣ того выяснилось, что, не смотря на тщательность работы и всѣ мѣры, принятыя въ теченіе 3 мѣсяцевъ для равномѣрнаго твердѣнія всей массы бетона, въ нѣкоторыхъ мѣстахъ степень твердости и вообще крѣпости бетона была различна.

4) *Сводъ системы Монье.* Результаты опытовъ выражены графически въ фиг. 85, 86, 87 и въ прилагаемой таблицѣ № 4:

Таблица № 4.

Нагрузка.		Углы вращенія въ точкахъ:									
На 1 пог. метръ.	Полная.	1		2		3		4		5	
Тонны.		мин.	сек.	мин.	сек.	мин.	сек.	мин.	сек.	мин.	сек.
1,778	20,477	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,050	35,075	+ 0	39	+ 0	13	— 1	58	+ 0	26	0	0
3,990	45,884	+ 2	0	+ 0	20	— 4	22	+ 1	8	0	0
4,929	56,693	+ 3	39	+ 0	40	— 4	15	+ 2	0	0	0
4,929	56,693	+ 3	42	+ 0	54	— 4	17	+ 2	1	0	0
5,879	67,609	+ 4	28	+ 1	45	— 5	50	+ 3	20	+ 0	50
6,828	78,525	+ 5	51	+ 4	10	— 9	16	+ 5	10	+ 0	50
7,779	89,460	+ 6	57	+ 6	34	—17	3	+ 7	52	+ 1	10
8,675	99,561	+10	50	+ 8	40	—30	30	+ 9	40	+ 1	10
Разгру	женъ.										
1,778	20,477	+ 3	35	+ 3	30	—10	0	+ 3	42	0	00
5,879	67,609	+ 8	26	+ 6	17	—20	34	+ 8	18	+ 1	40
8,675	99,561	+13	42	+ 8	20	—30	25	+12	24	+ 1	40
10,284	118,272	+22	22	+11	0	—44	40	+16	57	+ 6	20
11,095	127,591	+28	30	+11	20	—53	30	+20	0	+ 8	30
11,900	136,855	+38	0	+15	50	—55	30	+25	40	+13	32

Первыя трещины появились при односторонней нагрузкѣ 6,828 тон. на 1 погон. метръ, причемъ наибольшее перемѣщеніе точекъ по щекѣ свода было 12,4 милим. въ вертикальномъ направленіи и 6,7 милим. въ горизонтальномъ.

При дальнѣйшей нагрузкѣ 7,779 тон. и 8,675 тон. на пог. метръ появились новыя трещины. При полной разгрузкѣ всѣ трещины исчезли, но при вторичной нагрузкѣ, не достигшей прежней величины, появились новыя трещины по всей ширинѣ свода; у ненагруженной опоры ширина трещинъ достигла 1 милим.

Съ дальнѣйшимъ увеличеніемъ нагрузки число и размѣры трещинъ возрастали, и при нагрузкѣ 12,706 тон. на погонный метръ сводъ обрушился.

При нагрузкѣ 11,9 тон. на погон. метръ наблюдалась наибольшая деформація, выразившаяся горизонтальнымъ перемѣщеніемъ точки свода въ 36 милим. и вертикальнымъ въ 60 милим.

Обрушеніе отличалось постепенностью и плавностью опусканія всего свода. Характерною особенностью надо считать появленіе мѣстнаго раздробленія или отколовъ бетона, совпадавшихъ съ обрушеніемъ свода.

Верхняя и нижняя сѣтки были сильно изогнуты при обрушеніи, но не повреждены.

Главнѣйшіе выводы изъ сравненія опытныхъ данныхъ слѣдующіе:

При раскружаливаніи деформація описанныхъ сводовъ оказалась ничтожною.

Пониженіе въ замкѣ было слѣдующее:

Для свода бутоваго	0,5	милим.
» » кирпичнаго . . .	5,25	»
» » бетоннаго . . .	0,60	»
» » Монье	1,25	»

Опоры оказались почти незыблемыми, такъ какъ наибольшее перемѣщеніи ихъ въ горизонтальномъ и вертикальномъ направленіи было:

для свода кирпичнаго . .	0,5	милим.
» » Монье	0,8	»

Изъ сравненія угловъ вращенія прямыхъ линій, взятыхъ на щекахъ сводовъ (см. табл. 1, 2, 3 и 4) вблизи опоръ, можно заключить, что своды Монье и кирпичный были какъ бы закрѣплены у нагруженныхъ опоръ, такъ какъ уголъ вращенія равенъ нулю. Углы же вращенія прямыхъ у не

нагруженной опоры (точки 1) въ моментъ появленія первой трещины были:

для свода кирпичнаго. . . . 1′45″
» » Монье . . . . . 5′51″.

Въ пятахъ бетоннаго свода положены были асфальтовыя прослойки, которыя по своей упругости играли почти ту же роль какъ шарнирныя опоры; поэтому и углы вращенія сѣченій, взятыхъ у опоръ, представляютъ нѣчто среднее между данными для упругой арки съ шарнирами въ опорахъ и закрѣпленной неподвижно въ пятахъ.

Введеніе этихъ асфальтовыхъ прослоекъ имѣло цѣлью поставить по возможности сводъ въ тѣ условія, которыя были приняты при теоретическомъ изслѣдованіи вопроса. Но, съ другой стороны, прослойки эти нарушили монолитность свода съ опорами, и слѣдовательно совершенно измѣнили тѣ условія, въ которыхъ въ дѣйствительности находятся бетонные своды. Такимъ образомъ, стремясь подогнать условія опыта къ предвзятому взгляду на своды вообще, какъ на упругія арки съ шарнирами въ опорахъ, коммисія лишилась возможности получить данныя о деформаціи бетонныхъ сводовъ у опоръ. Опыты надъ кирпичными сводами и сводами Монье, какъ сказано выше, доказываютъ полную неподвижность свода у нагруженной опоры. Поэтому основное предположеніе шарнировъ въ опорахъ слѣдуетъ считать неосновательнымъ. Въ дѣйствительности, опорами для сводовъ служатъ плоскости пятъ, и, какъ показываетъ опытъ, на практикѣ ближе всего можно разсматривать своды какъ упругія арки съ закрѣпленными концами. Это допущеніе принято въ основу предполагаемаго графическаго способа разсчета цилиндрическихъ сводовъ.

Для дальнѣйшихъ выводовъ и опредѣленія степени упругости сводовъ изъ разныхъ матеріаловъ могутъ служить приведенныя выше діаграммы, выражающія зависимость между горизонтальными и вертикальными перемѣщеніями точекъ свода и соотвѣтствующими нагрузками.

Изъ разсмотрѣнія этихъ діаграммъ можно сдѣлать слѣдующія заключенія:

1) Зависимость между горизонтальными и вертикальными перемѣщеніями и незначительными нагрузками выражается линіей, близко подходящей къ прямой.

2) При дальнѣйшемъ увеличеніи нагрузокъ кривая эта напоминаетъ соотвѣтствующую діаграмму для математическихъ конструкцій.

3) Существенное вліяніе на деформацію имѣетъ продолжительность дѣйствія нагрузки; постоянная нагрузка, дѣйствующая на сводъ значительное время, вызываетъ остающуюся, неупругую деформацію, вслѣдствіе чего въ діаграммахъ являются разрывы, хотя общій видъ кривой остается тотъ же и при дальнѣйшей нагрузкѣ.

4) На каждой діаграммѣ легко опредѣлить точку, въ которой кривая рѣзко измѣняетъ первоначальное направленіе.

Для большей наглядности, въ фиг. 88, 89, 90 и 91 приведены діаграммы, выражающія зависимость между нагрузками и вертикальными перемѣщеніями точекъ 4 и 7, 2 и 9, взятыхъ на щекахъ испытанныхъ сводовъ (черт. III, фиг. 72).

Въ этихъ діаграммахъ ордонаты выражаютъ общія односторонnія нагрузки на половину свода, а абсциссы—соотвѣтствующія вертикальныя перемѣщенія. Начальныя точки діаграммъ соотвѣтствуютъ тому моменту, когда своды были раскружалены и подвергались дѣйствію собственнаго вѣса. На каждой діаграммѣ точки замѣтнаго перегиба кривой обозначены буквой P; ордоната P опредѣляетъ тотъ наибольшій грузъ, до котораго можно допустить пропорціональность между вертикальными перемѣщеніями точекъ и соотвѣтствующими нагрузками. Разсматривая такимъ образомъ часть кривой OP какъ прямую линію, можно опредѣлить съ достаточною точностью уравненіе этой прямой, пользуясь методомъ наименьшихъ квадратовъ.

Общій видъ уравненія этой прямой будетъ

$$u = a + k.Q,$$

гдѣ Q—нагрузка, u—соотвѣтствующее вертикальное перемѣщеніе наблюдаемой точки, a и k—постоянныя величины для даннаго свода.

Если обозначимъ число наблюденій чрезъ n, а полученныя вертикальныя перемѣщенія—чрезъ δ, то постоянныя величины a и k опредѣлятся изъ слѣдующихъ уравненій:

$$a = \frac{\Sigma(Q)^2.\Sigma\delta - \Sigma(Q).Q\delta}{n.\Sigma(Q)^2 - (\Sigma Q)^2}$$

$$k = \frac{n.\Sigma(Q\delta) - \Sigma(Q).\Sigma(\delta)}{n\Sigma.(Q)^2 - (\Sigma Q)^2}.$$

По этимъ формуламъ вычислены въ прилагаемыхъ таблицахъ значенія вертикальныхъ перемѣщеній u для точекъ 4 и 7, а также и разность u—δ между этими теоретическими и опытными вертикальными перемѣщеніями.

Значенія средней разности $\frac{\Sigma(u-\delta)}{n}$ приведены въ послѣднихъ графахъ и составляютъ:

для	свода	бутоваго . . .	+ 0,003	милим.
»	»	кирпичнаго . .	— 0,01	»
»	»	бетоннаго . .	— 0,12	»
»	»	Монье. . . .	— 0,006	»

Такая ничтожная разность между дѣйствительными вертикальными перемѣщеніями и теоретическими, вычисленными на основаніи предполагаемой пропорціональности въ указанныхъ предѣлахъ, доказываетъ, что это предположеніе въ практическомъ отношеніи можно считать вѣрнымъ.

1) Для бутоваго свода.

Q въ тоннахъ.	δ въ миллим.	$Q.\delta$.	Q^2.	u въ миллим.	$(u-\delta)$ въ миллим.	$\frac{\Sigma(u-\delta)}{n}$ въ миллим.
0 20,447 35,075	0,10 2,45 3,45	0 50,095 121,009	0 418,08 1230,26	0,21 2,19 3,16	+ 0,11 — 0,26 + 0,16	+ 0,003
$\Sigma Q = 55{,}522$	$\Sigma(\delta) = 6{,}00$	$\Sigma(Q\ \delta) = 171{,}104$	$\Sigma(Q^2) = 1648{,}3$		$\Sigma(u-\delta) = +\ 0{,}01$	

$u = 0{,}21$ миллим. $+ 0{,}097\ Q$.

2) Для кирпичнаго свода.

Q въ тоннахъ.	δ въ миллим.	$Q\ \delta$.	Q^2.	u въ миллим.	$(u-\delta)$ въ миллим.	$\frac{\Sigma(u-\delta)}{n}$ въ миллим.
0 20,447 35,075	2,35 7,00 8,85	0 143,13 310,41	0 418,08 1230,26	2,58 6,42 9,17	+ 0,23 — 0,58 + 0,32	+ 0,01
$\Sigma Q = 55.525$	$\Sigma\delta = 18{,}20$	$\Sigma Q\delta = 453{,}54$	$\Sigma(Q^2) = 1648{,}34$		— 0,03	

$u = 2{,}58$ миллим. $+ 0{,}188\ Q$.

3) Для бетоннаго свода.

Q въ тоннахъ.	δ въ милим.	$Q\ \delta$.	Q^2.	u въ милим.	$(u-\delta)$ въ милим.	$\frac{\Sigma(u-\delta)}{n}$ въ милим.
0	0,25	0	0	0,32	+ 0,07	— 0,12
20,447	2,78	56,84	418,08	2,46	— 0,32	
35,075	3,70	129,78	1230,25	4,00	— 0,30	
46,098	5,08	234,18	2125,02	5,16	+ 0,08	
56,907	6,45	367,05	3238,40	6,29	— 0,16	
$\Sigma Q = 158{,}527$	$\Sigma(\delta) = 18{,}26$	$\Sigma(Q\delta) = 787{,}85$	$\Sigma(Q^2) = 7011{,}77$		$\Sigma(u-\delta) = -0{,}63$	

$u = 0{,}316$ милим. $+ 0{,}105\ Q$.

4) Сводъ системы Монье.

Q въ тоннахъ.	δ въ милим.	$Q\ \delta$.	Q^2.	u въ милим.	$(u-\delta)$ въ милим.	$\frac{\Sigma(u-\delta)}{n}$ въ милим.
0	1,40	0	0	1,12	— 0,28	— 0,006
20,477	2,95	60,407	419,308	3,06	+ 0,11	
35,075	4,00	140,3	1230,256	4,45	+ 0,45	
45,884	5,35	245,479	2105,341	5,48	+ 0,13	
56,693	6,95	394,016	3214,096	6,51	— 0,44	
$\Sigma Q = 158{,}129$	$\Sigma(\delta) = 20{,}65$	$\Sigma(Q\delta) = 840{,}202$	$\Sigma(Q^2) = 6969{,}001$		$\Sigma(u-\delta) = -0{,}03$	

$u = 1{,}12$ милим. $+ 0{,}095\ Q$.

Изъ діаграммъ фиг. 88, 89, 90 и 91 видно, что наибольшими грузами, въ предѣлахъ которыхъ можно допустить пропорціональность между деформаціями и соотвѣтствующими нагрузками, были слѣдующіе:

для свода	бутоваго . .	35,075	тон.
» »	кирпичнаго .	35,075	»
» »	бетоннаго . .	56,907	»
» »	Монье . . .	56,693	»

Величины этихъ предѣльныхъ нагрузокъ для сводовъ изъ разныхъ матеріаловъ опредѣляютъ отчасти ихъ упругія свойства, т. е. бо́льшую или меньшую степень приближенія къ идеально упругому тѣлу. Чѣмъ выше этотъ предѣлъ, тѣмъ выгоднѣе матеріалъ въ строительномъ отношеніи.

Приведенные предѣлы пропорціональности показываютъ, что наиболѣе выгоднымъ матеріаломъ для сводовъ является бетонъ, такъ какъ средняя нагрузка, соотвѣтствующая предѣламъ пропорціональности для бетонныхъ сводовъ, равна

$$P_1 = \frac{56{,}907 + 56{,}693}{2} = 56{,}8 \text{ тон., а}$$

для сводовъ кирпичныхъ и бутовыхъ

$$P_2 = 35{,}075 \text{ тон., что́ составляетъ}$$

$$100 \; \frac{35{,}075}{56{,}8} = 62\% \text{ нагрузки } P_1.$$

Сравнивая обыкновенный бетонный сводъ со сводомъ системы Монье, можно сдѣлать слѣдующее заключеніе:

Нагрузки, соотвѣтствующія предѣламъ пропорціональности, для обоихъ сводовъ почти равны; первыя трещины и окончательное обрушеніе явились при нагрузкахъ:

для бетоннаго свода. . .	67,93 тон.	и	83,275 тон.
» свода Монье. . . .	78,575 »	»	136,85 тон.

На практикѣ напряженія, допускаемыя въ матеріалахъ, не превосходятъ предѣла пропорціональности; поэтому, съ

этой точки зрѣнія, преимущества обоихъ сводовъ надъ кирпичными и бутовыми одинаковы. Сводъ системы Монье, благодаря желѣзнымъ сѣткамъ, обладаетъ большею прочностью за тѣмъ предѣломъ, на которой на практикѣ не разсчитывается. Поэтому на примѣненіе желѣза къ бетоннымъ конструкціямъ можно смотрѣть какъ на результатъ нѣкотораго недовѣрія къ механическимъ свойствамъ бетона и допускать употребленіе желѣза въ тѣхъ случаяхъ, когда сводъ находится въ особыхъ условіяхъ: напримѣръ, подверженъ ударамъ, сотрясеніямъ или когда требуется ограничиться незначительною толщиной свода.

Дальнѣйшіе выводы изъ сравненія опытныхъ данныхъ слѣдующіе:

При переходѣ нагрузки за указанные предѣлы пропорціональности, въ нѣкоторыхъ мѣстахъ сводовъ наблюдались незначительныя трещины безъ появленія внезапныхъ или рѣзкихъ деформацій сводовъ.

Кривыя діаграммы для перемѣщеній точекъ сохраняли общій видъ и направленіе до и послѣ появленія трещинъ.

Въ сводахъ кирпичномъ и бутовомъ трещины распространялись по швамъ и образовали переломы во всю ширину сводовъ; въ сводахъ бетонномъ и системы Монье видъ и расположеніе трещинъ были неправильны.

При разгрузкѣ сводовъ всѣ трещины почти исчезали. При возобновленіи нагрузки онѣ появлялись снова и увеличивались по числу и величинѣ.

Съ появленіемъ первой трещины своды могли оказывать еще значительное сопротивленіе дальнѣйшимъ нагрузкамъ. При этомъ трещины появлялись въ тѣхъ сѣченіяхъ свода, гдѣ внутреннія растягивающія силы превосходили предѣлъ временнаго сопротивленія матеріала разрыву; въ точкахъ, расположенныхъ по другую сторону средней линіи свода, въ которыхъ не происходило такого раскрытія швовъ или трещинъ, наблюдались сжатія.

По мѣрѣ увеличенія нагрузки, деформація увеличивалась и кривая давленій приближалась къ наружной поверхности свода, подверженной сжатію, вслѣдствіе чего внутрен-

нія сжимающія силы увеличивались до тѣхъ поръ, пока не являлось раздробленіе матеріала, вызывавшее обрушеніе всего свода.

Въ прилагаемой таблицѣ № 5 приведены для каждаго свода нагрузки, соотвѣтствующія:

1) предѣлу пропорціональности;

2) моменту появленія первой трещины, и

3) полному обрушенію свода.

Таблица № 5.

СВОДЫ.	Нагрузки, соотвѣтствующія:		
	1) Предѣлу пропорціональности.	2) Появленію трещины.	Обрушенію.
Бутовый . . .	35,075 тоннъ или	56,51 тоннъ	74,022 тонны
	1,53 т. на кв. м.	2,457 т. на кв. м.	3,218 т. на кв. м.
Кирпичный . .	35,075 тоннъ или	42,2 тоннъ	67,548 тоннъ.
	1,53 т. на кв. м.	1,83 т. на кв. м.	2,937 т на кв. м.
Бетонный . . .	56,907 тоннъ или	63,25 тоннъ	83,275 тоннъ
	2,474 т. на кв. м.	2,75 т. на кв. м.	3,619 т. на кв. м.
Системы Монье.	56,693 тоннъ или	78,53 тоннъ	146,12 тоннъ
	2,465 т. на кв. м.	3,414 т. на кв. м.	6,353 т. на кв. м.

Изъ этой таблицы видно, что наибольшій временный грузъ, вызывающій обрушеніе свода, превышаетъ нагрузку, соотвѣтствующую первой трещинѣ:

для бутоваго свода на . . 30%
» кирпичнаго » » . . 59%
» бетоннаго » » . . 31%
» свода системы Монье на . 86%.

Слѣдовательно, въ бетонномъ и бутовомъ сводахъ разность между наибольшею временною нагрузкой и грузомъ, вызывающимъ первую трещину, меньше той же разности

для сводовъ кирпичныхъ и Монье. Кромѣ того, обрушенія бетонныхъ и бутовыхъ сводовъ отличались внезапностью.

Въ таблицѣ № 6 приведена стоимость 4-хъ испытывавшихся сводовъ по разцѣнкѣ для Петербурга.

Изъ этой таблицы видно, что самымъ дешевымъ сводомъ является кирпичный, а затѣмъ бетонный, но данныя послѣдней графы показываютъ, что наиболѣе выгоднымъ матеріаломъ какъ въ экономическомъ, такъ и въ строительномъ отношеніи надо считать бетонъ, обладающій наибольшимъ полезнымъ сопротивленіемъ.

Таблица № 6.

СВОДЫ.	Односторонняя нагрузка, вызвавшая первыя трещины, въ кил. на кв. м.	Стоимость въ рубляхъ.			Стоимость въ рубляхъ на каждые 100 кил. односторонней нагрузки.
		Кружала.	Кладка свода.	Общая сумма.	
Бутовый. . . .	2.457	90	560	650	26,42
Кирпичный . .	1 830	90	380	470	25,68
Бетонный . . .	2.750	100	470	570	20,73
Системы Монье.	3.414	100	700	800	23,46

Изъ всего изложеннаго выше можно сдѣлать слѣдующее заключеніе.

Съ одной стороны, обширные опыты Баха показали, что растворъ, бетонъ и гранитъ можно разсматривать какъ тѣла упругія при напряженіяхъ, допускаемыхъ на практикѣ; съ другой,—австрійскіе опыты надъ сводами большихъ пролетовъ (23 метра) вполнѣ подтвердили на практикѣ эти лабораторные выводы. Поэтому слѣдуетъ признать, что раціональные способы разсчета сводовъ должны быть основаны на теоріи упругости. Вмѣстѣ съ тѣмъ, тѣ же опыты доказали, что въ сводахъ кирпичныхъ и Монье у нагруженныхъ опоръ не наблюдалось вращенія при деформаціи.

Поэтому предлагаемый графическій способъ разсчета сводовъ основанъ на двухъ положеніяхъ:

1) своды разсматриваются какъ упругія арки, и

2) опоры, пяты ихъ, считаются неподвижными и не допускающими вращенія. Слѣдовательно, условія равновѣсія сводовъ сводятся къ условіямъ равновѣсія упругихъ арокъ съ закрѣпленными концами, т. е. безъ шарнировъ въ опорахъ.

Австрійскіе опыты показали, что первыя трещины всегда являлись вслѣдствіе нарушенія частичной связи въ растворѣ или бетонѣ, и слѣдовательно вызывались такими внутренними растягивающими силами, которыя превосходили временное сопротивленіе разрыву раствора или бетона. И вообще, можно сказать, что отличительною чертой всѣхъ сводчатыхъ построекъ является слабое сопротивленіе растягивающимъ усиліямъ.

Но, съ другой стороны, устойчивость и прочность сводовъ обезпечивается значительнымъ сопротивленіемъ матеріала сводовъ раздробленію. Опыты показываютъ, что сопротивленіе разрыву составляетъ для растворовъ $^1/_{12}$—$^1/_{30}$ сопротивленія раздробленію; для бетона—$^1/_{10}$—$^1/_{11}$; для гранита—$^1/_{22}$.

На этомъ основаніи при разсчетѣ сводовъ обыкновенно не принимается во вниманіе сопротивленіе разрыву раствора.

Бетонъ можетъ оказать нѣкоторое сопротивленіе разрыву, величина котораго зависитъ отъ качества и количества составныхъ его частей, и потому въ каждомъ частномъ случаѣ должна опредѣлиться механическимъ испытаніемъ нѣсколькихъ образцовъ.

Въ сводахъ же Монье значительное сопротивленіе разрыву достигается введеніемъ въ кладку желѣза.

Кромѣ того, практика показываетъ, что даже при самой тщательной работѣ въ бетонныхъ сооруженіяхъ трудно избѣжать появленія незначительныхъ трещинъ. Такія трещины могутъ быть вызваны внутренними напряженіями, явившимися вслѣдствіе измѣненій температуры, неравномѣрности твердѣнія и другихъ процессовъ, происходящихъ внутри бетонной кладки.

Незамѣтныя трещины могутъ быть вызваны въ бетонномъ сводѣ слѣдующими причинами:

Своды обыкновенно раскружаливаются спустя нѣкоторый промежутокъ времени, необходимый для твердѣнія бетона. При этомъ непремѣнно происходитъ нѣкоторое измѣненіе въ объемѣ кладки, хотя бы отъ одного испаренія воды; между тѣмъ такому измѣненію противодѣйствуютъ кружала, вслѣдствіе чего въ кладкѣ значительнаго объема получаются внутреннія напряженія, вызывающія трещины.

Вліяніе кружалъ въ этомъ отношеніи на столько велико, что нѣкоторые англійскіе строители (Deacon, Kinipple) предлагаютъ раскружаливать бетонные своды возможно скорѣе (черезъ 2—5 дней), чтобы дать возможность бетону твердѣть вполнѣ свободно.

На основаніи всего изложеннаго можно заключить, что въ сводахъ бутовыхъ, кирпичныхъ и бетонныхъ слѣдуетъ избѣгать растягивающихъ усилій и, слѣдовательно, допускать одни сжимающія усилія.

Графическій способъ разсчета цилиндрическихъ сводовъ.

Предлагаемый графическій способъ разсчета основанъ на построеніи уравненій, выражающихъ условія равновѣсія упругихъ арокъ съ закрѣпленными точками опоры.

Элементарный выводъ этихъ уравненій основанъ на слѣдующихъ соображеніяхъ.

Допустимъ, что изъ даннаго свода двумя плоскостями, перпендикулярными къ его оси, выдѣленъ элементарный сводъ, длина котораго равна единицѣ, черт. V, фиг. 92.

Пусть при данной нагрузкѣ нейтральный слой свода выразится кривой *nn*. Опредѣлимъ условія равновѣсія какой-либо части элементарнаго свода, выдѣленной двумя плоскостями, нормальными къ нейтральной линіи *nn*, фиг. 92 и 93.

Допустимъ, что разстояніе между этими плоскостями, считая по нейтральной линіи, равно S, а уголъ между ними до деформаціи равенъ a, послѣ деформаціи—a^1, фиг. 93.

Взаимодѣйствіе между выдѣленною частью и прилегаю-

щими частями свода выразится нѣкоторыми внутренними силами, распредѣленными по сѣкущимъ плоскостямъ bc и de. При незначительной длинѣ разсматриваемой дуги S можно принять, что равнодѣйствующая R всѣхъ этихъ внутреннихъ силъ приложена въ нѣкоторой точкѣ сѣченія mn, фиг. 93, проходящаго чрезъ средину дуги S. Такимъ образомъ сила R выражаетъ вліяніе прилегающихъ частей свода на разсматриваемую элементарную часть $bced$ и является относительно нея внѣшнею силой.

Равнодѣйствующую R можно разложить на двѣ составляющія: T—касательную къ дугѣ свода, и N—нормальную къ ней.

Если сила R будетъ приложена въ центрѣ сѣченія mn, фиг. 94, то давленіе ея составляющей T распредѣлится равномѣрно по всему сѣченію и выразится площадью прямоугольника

$$mabn,$$

такъ что

$$T = mn \,.\, am = mn \,.\, p, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (1)$$

гдѣ p—напряженіе нормальной къ сѣченію силы T.

При этомъ деформація выразится равномѣрнымъ сжатіемъ всѣхъ частицъ разсматриваемаго сѣченія mn.

Если же сила R будетъ приложена внѣ центра сѣченія mn, то законъ распредѣленія давленія составляющей T выразится графически нѣкоторою трапеціей $mndc$, фиг. 94, площадь которой равна силѣ T, т. е.

$$\frac{mc + nd}{2} \,.\, mn = T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (2)$$

Изъ уравненій (1) и (2) получимъ

$$\frac{mc + nd}{2} = am = p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (3)$$

Кромѣ того

$$mc = am + ac$$

$$nd = am - db;$$

поэтому изъ уравненія (3) получимъ

$$am + ac + am - db = 2\,am,$$

или $ac = db$.

Вслѣдствіе этого прямоугольные треугольники *oac* и *obd* равны между собой, и трапецію *mndc* можно получить изъ прямоугольника *mnba*, отнявъ треугольникъ *odb* и прибавивъ равный ему треугольникъ *oac*.

Площадь треугольника *odb* выразитъ нѣкоторую растягивающую силу, площадь же треугольника *oac* — равную ей, но противоположную силу. Совокупность этихъ двухъ равныхъ противоположныхъ силъ составитъ нѣкоторую пару силъ, стремящуюся произвести вращеніе разсматриваемаго сѣченія *mn*.

Если бы разсматривать матеріалъ свода какъ абсолютно твердое, неизмѣняемое тѣло, то не нарушая условій равновѣсія выдѣленной части свода, тотъ же выводъ можно получить, вообразивъ въ центрѣ сѣченія двѣ противоположныя силы ($+T$) и ($-T$), равныя данной силѣ T; тогда получимъ пару силъ $T.T$, стремящуюся произвести изгибъ, и силу T, приложенную въ центрѣ сѣченія *mn*, фиг. 94a; величина ея выразится площадью прямоугольника *mnba*.

Такимъ образомъ, дѣйствіе силы R, приложенной внѣ центра разсматриваемаго сѣченія, всегда можно замѣнить совокупнымъ дѣйствіемъ:

1) силы T, касательной къ средней дугѣ свода, приложенной въ центрѣ сѣченія и производящей равномѣрное сжатіе всѣхъ частицъ этого сѣченія;

2) силы N, нормальной къ той же дугѣ и производящей перерѣзываніе, и

3) нѣкоторой пары силъ, вызывающей измѣненіе кривизны дуги S и являющейся вслѣдствіе эксцентричнаго положенія силы R.

Выдѣлимъ какую-либо частицу въ разстояніи v отъ нейтральной линіи *nn*, фиг. 93 и 94; длина ея до деформаціи выразится чрезъ

$$s + v\ .\ a,$$

а послѣ деформаціи

$$s + v\ .\ a^1.$$

Если обозначимъ коэффиціентъ упругости матеріала свода чрезъ E, а площадь поперечнаго сѣченія частицы—A, то внутренняя сила f, проявляющаяся въ частицѣ при деформаціи, выразится такъ:

$$f = EA\,\frac{s+v\,.\,a^1-(s+v\,.\,a)}{s+v\,.\,a} = EA\,\frac{v\,(a^1-a)}{s+va}\quad .\ .\ .\quad (1)$$

или, полагая $a^1 - a = \Delta\, a$,

получимъ $$f = EA\,\frac{v\,.\,\Delta\, a}{s+v\,.\,a}\quad .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\quad (2)$$

Сумма моментовъ всѣхъ элементарныхъ внутреннихъ силъ f, проявившихся во всѣхъ частицахъ поперечнаго сѣченія mn, фиг. 93 и 94, выше и ниже нейтральной оси, должна равняться моменту внѣшнихъ силъ M, т. е.

$M = \Sigma\ (f.\ v.)$ или принимая во вниманіе уравненіе (2), получимъ

$$M = \Sigma\,\frac{v^2.\,\Delta a}{s+v.a}\,EA.$$

Если обозначимъ чрезъ r—радіусъ кривизны нейтральной дуги, то

$$s = ra,$$

и предъидущее уравненіе выразится такъ:

$$M = \Sigma\,\frac{v^2.\,\Delta a}{(r+v)a}\,E.A.$$

Если разсматриваемое поперечное сѣченіе mn, фиг. 94, симметрично относительно нейтральной оси nn, то сумма моментовъ внутреннихъ силъ для двухъ частицъ, удаленныхъ отъ nn на разстоянія $(+v)$ и $(-v)$, выразится:

$$\frac{EAv^2\Delta a}{(r+v)a} + \frac{E.\,A.\,v^2.\,\Delta a}{(r-v)a} = \frac{2\,E.Av^2.\,\Delta a.r}{(r^2-v^2)a} = \frac{2}{ra}\,.\,\frac{E.A.v^2.\,\Delta a}{1-\frac{v^2}{r^2}}.$$

Отношеніе $\frac{v^2}{ra}$ въ дѣйствительности очень мало, такъ что имъ можно пренебречь. Поэтому, считая E и r постоянными на всемъ протяженіи s, получимъ

$$M = \Sigma\,\frac{E.\,Av.\,^2\Delta a}{r.a}.$$

Но $ra = s$,

$\Sigma Av^2 = I$—моменту инерціи поперечнаго сѣченія mn относительно нейтральной оси nn, то слѣдовательно

$$M = \frac{\Delta a . EI}{s}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

откуда
$$\Delta a = \frac{Ms}{EI} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Изъ уравненія (2) слѣдуетъ, что напряженіе f_1 (на единицу поперечнаго сѣченія A) выразится:

$$f_1 = \frac{f}{A} = \frac{E.v.\Delta a}{s+av}.$$

Допустимъ, что наибольшее напряженіе на единицу поперечнаго сѣченія для частицъ наиболѣе удаленныхъ отъ нейтральной оси, фиг. 93, равно

$$f^1, \text{ т. е.}$$

$$f_{(max)} = f^1,$$

тогда
$$f^1 = \frac{E.v^1.\Delta a}{s+av} = \frac{E.v^1.\Delta a}{(r+v)a}.$$

Или, пренебрегая v сравнительро съ r, получимъ

$$f = \frac{E.v^1.\Delta a}{ar} = \frac{E.v^1.\Delta a}{s}.$$

Подставляя изъ уравленія (4) вмѣсто Δa ему равное $\frac{Ms}{E.I}$, получимъ

$$f^1 = \frac{E.v^1.M.s}{E.I.s} = \frac{Mv^1}{I}.$$

Послѣ этого уравненіе (3)

$$M = \frac{\Delta.a.E.I}{s}$$

можно выразить:

$$M = \frac{f^1}{v^1} . I \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Въ поперечномъ сѣченіи nm, фиг 93, кромѣ пары $T.T.$, вызывающей изгибъ, будутъ дѣйствовать силы: нормальная N и касательная T, приложенныя въ средней точкѣ нейтральной дуги s. Если допустить, что нейтральная ось проходитъ чрезъ графическій центръ поперечнаго сѣченія

mn, то сила T произведетъ сжатіе, распредѣленное равномѣрно по всему поперечному сѣченію *mn*. Поэтому полное напряженіе въ крайней, наиболѣе удаленной частицѣ выразится:

$$f = \frac{T}{A} + \frac{Mv^1}{I}.$$

Называя толщину свода чрезъ d, получимъ

$$A = 1.d$$

$$I = \frac{1.d^3}{12}, \ v^1 = \frac{d}{2}; \ \text{поэтому}$$

$$f = \frac{T}{d} + \frac{M.d.12}{2.d^3} = \frac{1}{d}\left(T + \frac{6M}{d}\right) \ \ldots\ldots\ldots \quad (F)$$

Вообще вычисленія показываютъ, что деформація свода, вызванная дѣйствіемъ одной сжимающей силы T, очень мала сравнительно съ деформаціей, являющейся вслѣдствіе изгиба.

Вліяніе силы T будетъ разсмотрѣно ниже въ главѣ: «Вліяніе измѣненій температуры», такъ какъ дѣйствіе этой силы аналогично тому сжатію, которое появляется въ сводѣ при повышеніи температуры.

Сила N, стремящаяся произвести перерѣзываніе свода, сравнительно мала и обыкновенно не принимается въ разсчетъ.

Вообще, какъ пояснено выше, фиг. 93, величины силъ T и N зависятъ отъ направленія и величины R—равнодѣйствующей всѣхъ внѣшнихъ силъ, приложенныхъ къ разсматриваемому сѣченію.

Положеніе этой равнодѣйствующей R можно опредѣлить на основаніи слѣдующихъ соображеній.

Уголъ $\Delta a = (a' - a)$ выражаетъ, фиг. 93, измѣненіе угла наклоненія касательныхъ K и K_1, проведенныхъ въ крайнихъ точкахъ элементарной дуги s, принимающей новое положеніе при деформаціи свода.

Допустимъ, фиг. 95, что кривая *abc* представляетъ нейтральную линію *nn* свода, изображеннаго въ фиг. 92.

Выдѣливъ элементарную дугу s, обозначимъ координаты

ея средней точки b чрезъ x и y, принимая за начало коордонатъ точку c.

Допустимъ, что для взятой дуги s уголъ Δa при ея деформаціи равенъ углу cbe. Если изъ точки c возставимъ перпендикуляръ къ прямой cb до пересѣченія съ eb въ точкѣ e, и изъ нея опустимъ перпендикуляръ ed на прямую ca, то изъ подобія треугольниковъ cde и bfc получимъ:

$$1)\frac{cd}{ce}=\frac{y}{bc}, \text{ или } cd=\frac{ce}{bc}.\, y$$

$$2)\frac{de}{ce}=\frac{x}{bc}, \text{ или } de=\frac{ce}{bc}.\, x.$$

Отношеніе $\frac{ce}{bc}=tg\Delta a$. Но такъ какъ въ дѣйствительности уголъ Δa очень малъ, то можно принять, что

$$\frac{ce}{bc}=tg\Delta a=\Delta a.$$

Тогда предъидущія равенства выразятся:

$$1)\ cd=y.\,\Delta a$$
$$2)\ de=x\,\Delta a.$$

Полученныя уравненія (1) и (2) выражаютъ приближенно горизонтальное и вертикальное перемѣщенія крайней точки нейтральной линіи свода, вызванныя деформаціей въ точкѣ b.

Полное перемѣщеніе крайней точки c при деформаціи всей дуги abc получится какъ сумма перемѣщеній, вызванныхъ деформаціей всѣхъ элементарныхъ дугъ s; это выраженіе будетъ тѣмъ точнѣе, чѣмъ короче взятыя дуги s.

И такъ, если обозначимъ чрезъ h и v полныя перемѣщенія точки c по горизонтальному и вертикальному направленіямъ, то

$$h=\Sigma_a^c(y.\,\Delta a) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

$$a=\Sigma_a^c(x.\,\Delta a) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Въ приведенномъ выше уравненіи (4)

$$\Delta a=\frac{M.s}{E.I}$$

Δa выражаетъ измѣненіе угла между касательными, проведенными въ крайнихъ точкахъ элементарной дуги s; поэтому уравненіе

$$\Sigma_a^c \Delta a = \Sigma_a^c \frac{M.s}{E.I} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

опредѣлитъ измѣненіе угла между касательными, проведенными въ опорныхъ точкахъ a и c.

И такъ, подставивъ значеніе

$$\Delta a = \frac{M.s}{E.I} \text{ въ уравненія (6) и (7),}$$

$$\text{получимъ } h = \Sigma_a^c \frac{M.y.s}{E.I} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

$$v = \Sigma_a^c \frac{M.x.s}{E.I} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Пользуясь уравненіями (8), (9) и (10), можно вывести условія, опредѣляющія въ каждомъ поперечномъ сѣченіи свода точку приложенія равнодѣйствующей всѣхъ внѣшнихъ силъ, или такъ называемую кривую давленій.

На основаніи приведенныхъ выше опытовъ надъ упругостью матеріаловъ, можно разсматривать сводъ какъ упругую арку съ закрѣпленными точками опоры, т. е. допустить, что:

1) углы наклона касательныхъ въ крайнихъ точкахъ нейтральной линіи постоянны;

2) разстояніе между точками опоры также постоянно, и

3) вертикальное перемѣщеніе точекъ опоры равно нулю.

Поэтому условія равновѣсія для такого свода, принимая во вниманіе ур. (8), (9) и (10), будутъ слѣдующія:

$$1) \ \Sigma_a^c \Delta a = \Sigma_a^c \frac{M.s}{E.I} = 0$$

$$2) \ h = \Sigma_a^c \frac{M.y.s}{E.I} = 0$$

$$3) \ v = \Sigma_a^c \frac{M.x.s}{E.I} = 0$$

Такъ какъ величина s, E и I не равны нулю, то для удовлетворенія этимъ условіямъ необходимъ, чтобы было:

$$1)\ \Sigma_a^c M = 0$$

$$2)\ \Sigma_a^c M.y = 0$$

$$3)\ \Sigma_a^c M.x. = 0.$$

Для арки или свода, въ которомъ одна точка опоры закрѣплена неподвижно, а въ другой опорѣ возможно вращеніе, необходимо чтобы было:

$$1)\ h = 0 \text{ и}$$

$$2)\ v = 0, \text{ т. е.}$$

$$\Sigma_a^c M.y = 0 \text{ и}$$

$$\Sigma_a^c M.x = 0.$$

При этомъ начало координатъ предполагается въ той точкѣ опоры, гдѣ возможно вращеніе.

Если въ упругой аркѣ разстояніе между точками опоры a и b неизмѣнно, но въ каждой изъ нихъ возможно вращеніе, то необходимо удовлетворить слѣдующему условію:

$$h = 0, \text{ т. е.}$$

$$\Sigma_a^c M.y = 0.$$

Если разсматривать своды изъ разныхъ матеріаловъ и ихъ опоры какъ одно цѣлое упругое тѣло, и допустить незыблемость опоръ, то ближе всего можно предположить, что точки опоры такого свода закрѣплены неподвижно, что почти вполнѣ справедливо, напримѣръ, для сводовъ бетонныхъ, представляющихъ одинъ монолитъ съ опорными стѣнами.

Поэтому условія равновѣсія такихъ сводовъ выразятся:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \Sigma\ \ M = 0 \\ 2)\ \Sigma_a^c\ M.y = 0 \\ 3)\ \Sigma_a\ M.x = 0 \end{array}\right\}\ (A).$$

Въ дѣйствительности опорами для свода бутоваго или кирпичнаго будутъ служить плоскости пятъ; точками опоры

сводовъ можно считать точки пересѣченій кривой давленій съ плоскостями пятъ.

Въ уравненіяхъ (A) начало координатъ можно перенести изъ крайней точки c, фиг. 95, въ любую другую, напримѣръ въ точку o, не измѣняя при этомъ вида уравненій (A).

Такъ, обозначивъ, фиг. 95, координаты новаго начала o чрезъ

$$cm = d$$

$$om = d^1,$$

прежнія координаты точки b—чрезъ

$$x \text{ и } y,$$

а новыя—x^1 и y^1, получимъ

$$\Sigma_a^c M.x = \Sigma_a^c M\,(d + x^1) = p\,\Sigma_a^c M + \Sigma_a^c M.x^1 = 0.$$

$$\Sigma_a^c M.y = \Sigma_a^c M\,(d^1 - y^1) = d^1\Sigma_a^c M - \Sigma_a^c My^1 = 0.$$

Такъ какъ $\Sigma_a^c M = 0$ при любомъ положеніи начала координатъ, то изъ предъидущихъ уравненій слѣдуетъ:

$$\Sigma_a^c M.x' = 0.$$

$$\Sigma_a^c M.y' = 0.$$

Изъ найденныхъ выше уравненій:

$$\Sigma_a^c (\Delta a) = \Sigma_a^c \frac{M.s}{E.I}$$

$$h = \Sigma_a^c \frac{M.y.s}{E.I}$$

$$v = \Sigma_a^c \frac{M.x.s}{E.I}$$

можно опредѣлить вертикальное и горизонтальное перемѣщенія любой точки нейтральной линіи свода относительно одной изъ опоръ, если извѣстны слѣдующія величины:

M—моментъ внѣшнихъ силъ относительно центра o разсматриваемаго сѣченія, проходящаго чрезъ середину данной элементарной дуги s, фиг 95;

E—коэффиціентъ упругости матеріала свода при сжатіи;

I—моментъ инерціи разсматриваемаго сѣченія свода относительно нейтральной оси, проходящей черезъ центръ сѣченія;

x и y—коордонаты средней точки той же дуги s, причемъ начало коордонатъ взято въ центрѣ пятоваго шва.

Слѣдовательно, вообще говоря, можно опредѣлить положаніе нейтральной линіи послѣ деформаціи свода.

Кромѣ того, тѣ же условія могутъ служить для опредѣленія положенія кривой давленій.

Для этого обратимся къ уравненіямъ (A), выражающимъ условія равновѣсія упругихъ арокъ съ закрѣпленными точками опоры:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \Sigma_a^c\ M = 0 \\ 2)\ \Sigma_a^c\ M.y = 0 \\ 3)\ \Sigma_a^c\ M.x = 0 \end{array}\right\}\ (A).$$

Если въ любомъ сѣченіи mn, фиг. 96, изъ центра его O опустимъ перпендикуляръ r на направленіе соотвѣтствующей равнодѣйствующей R, то моментъ будетъ

$$M = Rr.$$

Разложивъ R на 2 составляющія: нормальную N и горизонтальную H, и взявъ моментъ ихъ относительно той же точки O, получимъ

$$M = Rr = Hv,$$

гдѣ v —вертикальное разстояніе отъ центра O до предполагаемой кривой давленій. Величина H, или такъ называемый горизонтальный распоръ свода, постоянна для всѣхъ сѣченій свода; поэтому уравненія (A) можно выразить слѣдующимъ образомъ:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \Sigma\ (v) = 0 \\ 2)\ \Sigma\ (v\,.\,y) = 0 \\ 3)\ \Sigma\ v\,.\,x = 0 \end{array}\right\}\ (B).$$

При этомъ суммированіе распространено по всей дугѣ свода.

Уравненія эти могутъ быть удовлетворены простымъ графическимъ построеніемъ и тогда положеніе кривой давленій будетъ вполнѣ опредѣленнымъ.

Допустимъ, что кривая $a\ a_1\ a_2 \ldots\ldots a_8\ a^1$, фиг. 98, выражаетъ среднюю линію поперечнаго сѣченія даннаго свода.

Раздѣлимъ кривую $a\ a_1\ a_2 \ldots\ldots a^1$ на нѣсколько равныхъ частей, напримѣръ на 8, и чрезъ средины этихъ частей проведемъ вертикальныя ордонаты: $y_1, y_2, y_3, \ldots y_8$, принимая за ось X прямую $a\ a^1$, а начало координатъ въ точкѣ a.

Вообразимъ вертикальныя силы P_1, $P_2 \ldots\ldots P_8$, приложенныя въ точкахъ a_1, a_2, $\ldots a_8$.

Отложивъ по вертикальной линіи въ послѣдовательномъ порядкѣ величины этихъ силъ, фиг. 97, получимъ многоугольникъ силъ ABO при произвольномъ полюсѣ O, а затѣмъ построимъ веревочный многоугольникъ $c\ c_1\ c_2 \ldots\ldots c_8\ c^1$, замыкающею котораго будетъ прямая $c\ c^1$.

Проведя изъ полюса O прямую MO параллельную замыкающей $c\ c^1$, фиг. 97, получимъ отрѣзки MA и MB, выражающіе реакціи опоръ a и a^1 въ томъ случаѣ, если бы данныя силы дѣйствовали на балку $a\ a^1$, свободно лежащую на опорахъ a и a^1.

Въ упругомъ сводѣ съ закрѣпленными точками опоры получится нѣкоторая другая замыкающая $k\ k^1$, фиг. 99, при тѣхъ же вертикальныхъ реакціяхъ опоръ. Чтобы опредѣлить положеніе этой новой замыкающей, надо удовлетворить приведеннымъ выше уравненіямъ (B):

$$1)\ \Sigma(v) = 0$$
$$2)\ \Sigma(v \cdot y) = 0$$
$$3)\ \Sigma(v \cdot x) = 0.$$

Разсмотримъ сперва условія:

$$1)\ \Sigma(v) = 0$$
$$2)\ \Sigma(v \cdot x) = 0.$$

Допустимъ, что (фиг. 98) построенный веревочный мно-

гоугольникъ $c\, c_1\, c_2\, c_3\, .\, .\, c_8\, c^1$ выражаетъ дѣйствительную кривую давленій. Проведемъ нѣкоторую замыкающую kk^1. Изъ чертежа видно, что отрѣзокъ v_4, выражающій вертикальное разстояніе отъ центра разсматриваемаго сѣченія въ точкѣ a_4 до предполагаемой кривой давленій, равенъ отрѣзку

$$a_4\ c_4,$$

который можно представить

$$a_4\, c_4 = (c_4\, k_4 - a_4\, k_4) = v_4.$$

И, вообще, можно принять

$$v = (ck - ak).$$

Послѣ этого, условія:

$$1)\ \Sigma\,(v) = 0$$
$$2)\ \Sigma\,(v\,.\,x) = 0$$

выразятся:

$$1)\ \Sigma\,(v) = \Sigma\,(ck - ak) = \Sigma\,(ck) - \Sigma\,(ak) = 0$$
$$2)\ \Sigma\,(v\,.\,x) = \Sigma\,(ck - ak)\,.\,x = \Sigma\,(ck\,.\,x) - \Sigma\,(ak\,.\,x) = 0.$$

При данной кривой свода $a\, a_1\, a_2 .\, .\, .\, a_8\, a^1$ всегда можно провести замыкающую kk^1 такъ, чтобы было:

$$1)\ \Sigma\,(ak) = 0$$
$$2)\ \Sigma\,(ak\,.\,x) = 0.$$

Если, напримѣръ, при симметричной дугѣ свода, фиг. 98, опредѣлимъ среднюю величину ордонаты

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_8}{8}$$

и проведемъ замыкающую $k\, k^1$ параллельно прямой $a\, a^1$ такъ, чтобы $ak = y_0$, то изъ предъидущаго уравненія получимъ

$$y_1 + y_2 + y_3 + \dots\ y_8 - 8y_0 = 0,$$

или

$$(y_1 - y_0) + (y_2 - y_0) + (y_3 - y_0) + \dots + (y_8 - y_0) = 0,$$

или

$$(-k_1 a_1) + (-k_2 a_2) + k_3 a_3 + \,.\,.\, + k_6 a_6 + (-k_7 a_7) + (-k_8 a_8) = 0,$$

т. е.

$$\Sigma\ (ak) = 0,$$

что̀ и требовалось доказать.

Такъ какъ ордонаты $y_1, y_2, y_3 \ldots y_8$ симметричны относительно вертикальной линіи AO, проходящей чрезъ вершину кривой, то при вращеніи замыкающей $k\,k^1$ около точки A всякому увеличенію любой ордонаты, напримѣръ $k_3 a_3$, будетъ соотвѣтствовать такое же уменьшеніе парной ордонаты $k_6 a_6$ въ другой половинѣ свода.

А поэтому

$$\Sigma\ (ak) = 0,$$

при любомъ положеніи замыкающей $k\ k$, проходящей чрезъ точку A.

Такимъ образомъ чрезъ точку A можно провести безчисленное множество такихъ замыкающихъ, и слѣдовательно всегда можно удовлетворить условію:

$$\Sigma\ (ak) = 0.$$

Въ условіи $\Sigma(ak) = 0$ любую ординату $a_4 k_4$ можно разсматривать какъ разность $a_4 b_4 - k_4 b_4$, и поэтому получилъ $\Sigma(ak) = \Sigma(ab) - \Sigma(kb) = 0$, откуда

$$\Sigma\ (ab) = \Sigma\ (kb).$$

Послѣ этого второе условіе

$\Sigma\ (ak\,.\,x) = 0$ можно выразить

$$\Sigma\ (ak\,.\,x) = \Sigma\ (ab\,.\,x) - \Sigma\ (kb\,.\,x) = 0, \text{ или}$$

$$\Sigma\ (ab\,.\,x) = \Sigma\ (kb\,.\,x).$$

Каждое изъ выраженій $\Sigma(ab.\,x)$ и $\Sigma(kb.x)$ можно разсматривать какъ сумму моментовъ силъ $a_1 b_1, a_2 b_2 \ldots a_8 b_8$ и $k_1 b_1, k_2 b_2 \ldots k_8 b_8$ относительно точки a (начало координатъ).

Сумма моментовъ этихъ силъ равна моменту ихъ равнодѣйствующей $\Sigma(ab)$ или $\Sigma(kb)$ относительно той же точки a. При симметричной дугѣ свода равнодѣйствующая $\Sigma(ab)$ пройдетъ чрезъ средину дуги свода; поэтому для удовлетворенія равенства

$\Sigma\ (ab) = \Sigma\ (kb)$ и условія

$\Sigma\ (ab\,.\,x) = \Sigma\ (kb\,.\,x)$ необходимо, чтобы

и равнодѣйствующая $\Sigma(kb)$ прошла чрезъ ту же вершину дуги и совпала съ равнодѣйствующею $\Sigma(ab)$, что возможно только въ томъ случаѣ, если замыкающая kk^1 параллельна прямой aa^1. И такъ, изъ безчисленнаго множества замыкающихъ, проходящихъ чрезъ точку A, удовлетворяетъ условіямъ $\Sigma(ak) = 0$ и $\Sigma(ak\,.\,x) = 0$ только одна замыкающая kk^1, параллельная прямой aa^1.

Такимъ образомъ, въ уравненіяхъ

$$1)\ \Sigma\,(v) = \Sigma\,(ck) - \Sigma\,(ak) = 0$$

$$2)\ \Sigma\,(v\,.\,x) = \Sigma\,(ck\,.\,x) - \Sigma\,(ak\,.\,x) = 0$$

члены $\Sigma\ (ak) = 0$ и $\Sigma\,(ak\,.\,x) = 0$.

Слѣдовательно

$$1)\ \Sigma\,(v) = \Sigma\,(ck) = 0$$

$$2)\ \Sigma\,(v\,.\,x) = \Sigma\,(ck\,.\,x) = 0,$$

при замыкающей kk^1, удовлетворяющей условіямъ:

$$\Sigma\ (ak) = 0$$

$$\Sigma\ (ak\,.\,x) = 0.$$

Такимъ образомъ, условія равновѣсія упругаго свода съ закрѣпленными точками опоры выражаются слѣдующими уравненіями.

$$\text{I.}\ \begin{cases} \Sigma\ (ak) = 0 \\ \Sigma\ (ak\,.\,x) = 0. \end{cases}$$

$$\text{II.}\ \begin{cases} \Sigma\ (ck) = 0 \\ \Sigma\ (ck\,.\,x) = 0. \end{cases}$$

$$\text{III.}\ \begin{cases} \Sigma\ (ck - ak)\,.\,y = 0 \ \text{или} \\ \Sigma\ (ck\,.\,y) = \Sigma\ (ak\,.\,y). \end{cases}$$

Отрѣзокъ ck представляетъ вертикальное разстояніе, фиг. 98 и 99, отъ любой точки c кривой давленій до замыкающей kk^1.

Если нагрузка симметрична относительной вертикальной линіи, проходящей чрезъ вершину свода, то предполагаемая кривая давленій $cc_1c_2c_3\,.\,.\,.\,c_8c^1$, фиг. 98 и 99, будетъ сим-

метрична относительно той же вертикали AO, а потому для произвольной кривой давленій $cc_1c_2c_3 \ldots c_8c^1$ всегда можно построить замыкающую kk^1, фиг. 99, удовлетворяющую II-му условію, т. е.

$$\Sigma\ (ck) = 0$$
$$\Sigma\ (ck\ .\ x) = 0.$$

Для этого, подобно предъидущему, надо провести прямую kk^1 параллельную прямой cc', соединяющей точки пересѣченія кривой давленій (веревочнаго многоугольника $cc_1c_2 \ldots c_8c^1$) съ вертикальными линіями, проходящими чрезъ точки опоры, и при этомъ разстояніи между этими прямыми

$$ck = \frac{\Sigma\,(cb)}{n},$$

гдѣ $\Sigma(cb)$ выражаетъ сумму всѣхъ ордонатъ cb, а n—число ихъ.

Полученная замыкающая kk^1, фиг. 99, вообще говоря, будетъ отличаться отъ замыкающей kk^1, фиг. 98, удовлетворяющей условіямъ:

$$\text{I.} \begin{cases} \Sigma\ (ak) = 0 \text{ и} \\ \Sigma\ (ak\ .\ x) = 0, \end{cases}$$

такъ какъ кривая давленій $cc_1c_2 \ldots c_8c^1$, фиг. 99 и 98, построена при произвольномъ полюсномъ разстояніи H.

Для полнаго совпаденія обѣихъ замыкающихъ необходимо удовлетворить условію III-му.

$$\Sigma\ (ck - ak)\ .\ y = 0,$$

опредѣляющему величину дѣйствительнаго горизонтальнаго напряженія или распора.

Изъ условія III-го: $\Sigma\ (ck - ak)\,.\,y = 0$,

получимъ $\frac{\Sigma\,(ck\,.\,y)}{\Sigma\,(ak\,.\,y)} = 1.$

Въ выраженіяхъ $\Sigma\ (ak\ .\ y)$ и $\Sigma\ (ck\ .\ y)$ множители ak и y вполнѣ опредѣленны и зависятъ только отъ вида средней дуги свода, фиг. 98; множитель же ck представляетъ ордонату веревочнаго многоугольника $cc_1c_2 \ldots c_8c^1$, фиг. 99, при произвольномъ полюсномъ разстояніи H.

Если поэтому окажется, что

$$\Sigma\ (ck\,.\,y) \lesseqgtr \Sigma\ (ak\,.\,y) \text{ и, напримѣръ,}$$

$$\frac{\Sigma\,(ck\,.\,y)}{\Sigma\,(ak\,.\,y)} = n \text{ при } n > 1,$$

то для удовлетворенія III-му условію необходимо уменьшить всѣ ордонаты ck, чтобы достигнуть равенства

$$\Sigma\ (ck\,.\,y) = \Sigma\,(ak.\ y).$$

Для этого достаточно увеличить прежнее горизонтальное напряженіе H, взявъ новое Hx изъ уравненія

$$\frac{Hx}{H} = \frac{\Sigma\,(ck\,.\,y)}{\Sigma\,(ak\,.\,y)} = n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

Послѣ этого всѣ новыя ордонаты c^1k измѣнятся въ обратномъ отношеніи, т. е.

$$\frac{c^1k}{ck} = \frac{1}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (b)$$

и

$$\frac{\Sigma\,(c^1k\,.\,y)}{\Sigma\,(ck\,.\,y)} = \frac{1}{n}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (c)$$

или

$$\Sigma\ (ck\,.\,y) = n\ \Sigma\ (c^1k\,.\,y).$$

Изъ уравненія (a) получимъ:

$$\Sigma\ (ck\,.\,y) = n\ \Sigma\,(ak\,.\,y).$$

Изъ сравненія двухъ послѣднихъ уравненій слѣдуетъ

$$n\ \Sigma\ (c^1k\,.\,y) = n\ \Sigma\ (ak\,.\,y), \text{ или}$$
$$\Sigma\ (c^1k\,.\,y) = \Sigma\,(ak\,.\,y).$$

Такимъ образомъ, для удовлетворенія всѣмъ тремъ условіямъ:

$$\text{I.} \begin{cases} \Sigma\ (ak) = 0 \\ \Sigma\ (ak\,.\,x) = 0. \end{cases}$$

$$\text{II.} \begin{cases} \Sigma\ (ck) = 0 \\ \Sigma\ (ck\,.\,x) = 0. \end{cases}$$

$$\text{III.} \quad \Sigma\ (ck - ak)\,.\,y = 0,$$

и для полученія дѣйствительной кривой давленій, необходимо опредѣлить дѣйствительный горизонтальный распоръ Hx изъ уравненія (*a*):

$$H_x = H \frac{\Sigma (ck \, . \, x)}{\Sigma (ak \, . \, x)} = H \, . \, n.$$

Любая ордоната $c'_4 k_4$ дѣйствительной кривой давленій опредѣлится изъ уравненія (b)

$$\frac{c^1 k}{ck} = \frac{1}{n} \text{ или } c^1 k = \frac{ck}{n}.$$

Отложивъ полученную ордонату $c^1_4 k_4$ по вертикали $k_4 c_4$ вверхъ отъ замыкающей kk^1, фиг. 98, получимъ точку c^1_4 дѣйствительной кривой давленій.

Зная такимъ образомъ дѣйствительный горизонтальный распоръ H_x и хотя одну точку c^1_4 кривой давленій, можно построить всю кривую давленій, пользуясь новымъ многоугольникомъ силъ ABO^1, фиг. 97.

Для повѣрки построенія можно опредѣлить изъ уравненія (b) ордонаты нѣсколькихъ другихъ точекъ дѣйствительной кривой давленій; если онѣ совпадутъ съ построенною кривой давленій, то весь разсчетъ свода можно считать вѣрнымъ.

При нессиметричной нагрузкѣ кривая давленій будетъ также нессиметрична относительно вертикальной линіи, проходящей черезъ вершину свода, фиг. 101 и 100, и замыкающая ея kk^1, фиг. 101, не будетъ параллельна прямой bb^1, соединяющей точки пересѣченій кривой давленій съ вертикалями, проходящими чрезъ средины пятоваго шва.

При данной дугѣ свода первое условіе равновѣсія упругой арки съ закрѣпленными точками опоры

$$\text{I.} \begin{cases} \Sigma \; (ak) = 0 \text{ и} \\ \Sigma \; (ak \, . \, x) = 0 \end{cases}$$

будетъ удовлетворено, какъ и при симметричной нагрузкѣ.

Для удовлетворенія II-му условію равновѣсія:

$$\text{II.} \begin{cases} \Sigma \; (ck) = 0 \text{ и} \\ \Sigma \; (ck \, . \, x) = 0 \end{cases}$$

построимъ веревочный многоугольникъ $bc_1 c_2 c_3 \ldots c_8 b^1$, фиг. 101, при произвольномъ горизонтальномъ напряженіи H, и допустимъ, что онъ представляетъ искомую кривую давленій съ замыкающею kk', которая удовлетворяетъ условію:

$$1)\ \Sigma\ (kc) = 0$$
$$2)\ \Sigma\ (kc\,.\,x) = 0.$$

Примемъ начало координатъ въ точкѣ b, и пусть абсциссы точекъ $c_1c_2c_3\ldots c_8$ выразятся соотвѣтственно:

$$x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots\ldots\ x_8.$$

Отрѣзки ck, расположенные выше замыкающей kk^1, будемъ считать положительными, а ниже ея—отрицательными.

Если обозначимъ точки пересѣченій прямой bb^1 съ ордонатами вершинъ $c_1, c_2, c_3, \ldots c_8$ чрезъ $b_1, b_2, b_3, \ldots b_8$, то, какъ видно изъ фиг. 101, любая ордоната k_4c_4 выразится

$$k_4c_4 = b_4c_4 - b_4k_4,$$

или вообще

$$kc = bc - bk.$$

Послѣ этого основныя условія

$$1)\ \Sigma\ (bc) = 0$$
$$2)\ \Sigma\ (bc\,.\,x) = 0,$$

выразятся

$$1)\ \Sigma\ (bc - bk) = 0$$
$$2)\ \Sigma\ (bc - bk)\,.\,x = 0,$$

или

$$1)\ \Sigma\ (bc) = \Sigma\ (bk).\ \ldots\ldots\ldots \quad (c)$$
$$2)\ \Sigma\ (bc)\,.\,x = \Sigma\ (bk)\,.\,x.\ \ldots\ldots \quad (d)$$

Если будемъ разсматривать отрѣзки bc и bk какъ нѣкоторыя силы, и назовемъ чрезъ x_0 и $x_0{}^1$ абсциссы ихъ равнодѣйствующихъ, то изъ уравненія (d) получимъ

$$x_0\ \Sigma\ (bc) = x_0{}^1\ \Sigma\ (bk),\ \ldots\ldots\ldots \quad (e)$$

такъ какъ моментъ равнодѣйствующей равенъ суммѣ моментовъ силъ составляющихъ.

Принимая во вниманіе уравненіе (c), изъ уравненія (e) получимъ

$$x_0 = x_0{}^1,$$

т. е. что для удовлетворенія основнымъ условіямъ:

$$\Sigma\ (kc) = 0$$
$$\Sigma\ (kc\,.\,x) = 0,$$

прямая kk^1 должна расположиться такъ, чтобы равнодѣйствующая $R = \Sigma (bc)$ равнялась по величинѣ равнодѣйствующей $\Sigma (bk)$ (см. уравненіе c) и совпала съ ней, такъ какъ $x_0 = x_0^1$.

Величина R опредѣлится простымъ суммированіемъ:

$$R = b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3 + \ldots \ldots + b_8c_8.$$

Положеніе же ея можно опредѣлить двумя способами: 1) графически, и 2) вычисленіемъ.

Въ первомъ случаѣ, разсматривая ордонаты b_1c_1, $b_2c_2 \ldots b_8c_8$ какъ силы, строимъ при произвольномъ полюсѣ O_{II} многоугольникъ силъ $O_{II}BC$, фиг. 103, а затѣмъ, начиная отъ точки b — соотвѣтствующій веревочный многоугольникъ b 1 2 3 4 5 6 7 8, фиг. 101. Продолживъ до пересѣченія крайнія стороны его, получимъ точку r; вертикальная линія, проходящая чрезъ r, выразитъ направленіе равнодѣйствующей R, а величина ея получится изъ многоугольника силъ

$$R = \Sigma (bc) = BC.$$

Положеніе R можно опредѣлить съ большою точностью вычисленіемъ, взявъ моментъ силъ составляющихъ b_1c_1, $b_2c_2 \ldots b_8c_8$ относительно ордонаты AB, фиг. 101, проходящей чрезъ средину прямой bb'.

Если дуга свода раздѣлена на равныя части, то ордонаты bc попарно одинаково удалены отъ средней линіи AB.

Поэтому, если назовемъ разстоянія отъ AB до ордонатъ

$$b_1c_1,\ b_2c_2,\ b_3c_3,\ b_4c_4$$

чрезъ

$$x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,$$

то алгебраическая сумма моментовъ ордонатъ bc относительно AB выразится

$$(b_8c_8 - b_1c_1)x_1 + (b_7c_7 - b_2c_2)x_2 + (b_6c_6 - b_3c_3)x_3 + (b_5c_5 - b_4c_4)x_4.$$

Раздѣливъ эту сумму моментовъ силъ составляющихъ на ихъ равнодѣйствующую R, получимъ разстояніе r отъ прямой AB до вертикальной прямой, выражающей направленіе равнодѣйствующей R.

Такимъ образомъ, величину и положеніе равнодѣйствующей R всегда можно опредѣлить.

Послѣ этого проведемъ прямую kb^1, раздѣляющую каждую изъ ордонатъ bk на двѣ части.

Если разсматривать ордонаты, заключенныя между прямыми bb^1 и kb^1, какъ силы, то равнодѣйствующая ихъ T будетъ равна суммѣ этихъ ордонатъ, а положеніе ея опредѣлится графически, или изъ уравненія моментовъ, взятыхъ, подобно предъидущему, относительно точки A.

Положимъ, что векторъ T, фиг. 101, выражаетъ по величинѣ и положенію равнодѣйствующую T.

Если послѣ этого допустимъ, что прямая kb^1 вращается около точки b^1 и займетъ какое-либо положеніе mb^1, фиг. 101, то всѣ ордонаты $b_1m_1, b_2m_2 \ldots b_8m_8$, заключенныя между прямыми bb^1 и mb^1, фиг. 101, будутъ пропорціональны прежнимъ ордонатамъ b_1n_1, $b_2n_2 \ldots b_8n_8$, заключеннымъ между прямыми bb^1 и kb^1, что легко доказать, разсматривая напримѣръ треугольники фиг. 101:

$$b^1b_5n_5 \text{ и } b^1b_5m_5 \text{ и}$$
$$b^1b_6n_6 \text{ и } b^1b_6m_6.$$

Изъ подобія Δ $b^1b_5n_5$ и $b^1b_6n_6$ слѣдуетъ

$$\frac{b_5n_5}{b_6n_6} = \frac{b^1b_5}{b^1b_6} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Изъ подобія треугольниковъ $b^1b_5\,m_5$ и $b^1b_6\,m_6$ получимъ

$$\frac{b_5m_5}{b_6m_6} = \frac{b^1b_5}{b^1b_6} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Изъ (1) и (2) слѣдуетъ

$$\frac{b_5n_5}{b_6n_6} = \frac{b_5m_5}{b_6m_6}, \text{ или}$$
$$\frac{b_5n_5}{b_6m_6} = \frac{b_6n_6}{b_6m_6}.$$

Поэтому при вращеніи прямой kb^1 около точки b^1 будетъ измѣняться только величина равнодѣйствующей T, положеніе же ея будетъ постояннымъ.

На этомъ же основаніи равнодѣйствующая T'_1, равная суммѣ ордонатъ, заключенныхъ между прямыми kb^1 и kh^1, будетъ постоянна по положенію при вращеніи прямой kb^1 около точки k.

Если прямая kb^1, фиг. 101, при такомъ вращеніи сдѣлается параллельной прямой bb^1, то

$$T = \Sigma\,(bn) \text{ будетъ равна } T_1 = \Sigma\,(nk),$$

такъ какъ ордонаты bn и nk симметричны относительно средней точки A; а потому и разстояніе отъ точки A до равнодѣйствующей T будетъ равно разстоянію отъ точки A до равнодѣйствующей T_1.

Такимъ образомъ, если прямая kb^1 приметъ положеніе mb^1, вращаясь около точки b^1, то равнодѣйствующая T ордонатъ, заключенныхъ между bb^1 и kb^1, не измѣнитъ своего положенія; если затѣмъ прямая mb^1, фиг. 101, вращаясь около точки m, расположится по mm^1, то равнодѣйствующая T_1 ордонатъ, заключенныхъ между mb^1 и mm^1, остается постоянною по положенію. Слѣдовательно, при переходѣ отъ замыкающей kk^1 къ mm^1, или обратно, равнодѣйствующія T и T_1 постоянны по положенію. Такимъ образомъ, вообще говоря, извѣстны: по величинѣ и направленію сила $R = \Sigma(bc) = \Sigma(bk)$ и по направленію силы T и T_1, какъ ея составляющія.

Если прямая kk^1—искомая замыкающая, т. е. удовлетворяетъ условіямъ:

$$1)\ \Sigma\,(kc) = 0$$
$$2)\ \Sigma\,(kc\,.\,x) = 0,$$

или выведеннымъ выше условіямъ (c) и (d):

$$1)\ \Sigma\,(bc) = \Sigma\,(bk) \text{ и}$$
$$2)\ \Sigma\,(bc)\,.\,x = \Sigma\,(bk)\,.\,x,$$

то равнодѣйствующая силъ T и T_1, должна совпасть и быть равною равнодѣйствующей $R = \Sigma(bc)$.

Поэтому, если назовемъ чрезъ l и l_1 разстоянія отъ R до T и T_1, то величины T и T_1 опредѣлятся слѣдующими уравненіями:

$$\left.\begin{aligned} T &= R\,\frac{l_1}{l + l_1} \\ T_1 &= R\,\frac{l}{l + l_1} \end{aligned}\right\} \text{(a)}$$

Графически величины силъ T и T_1 можно опредѣлить слѣдующимъ построеніемъ.

Отложимъ $AB = R$, фиг. 105, и проведемъ изъ произвольной точки C прямыя CA и CB. Изъ точки B проведемъ BD параллельную CA и прямую BE параллельную, или совпадающую съ BC. Точки пересѣченій этихъ прямыхъ съ направленіями силъ T и T_1 соединимъ прямою DE. Тогда DE будетъ замыкающею веревочнаго многоугольника EBD. Если поэтому изъ точки C проведемъ прямую Cm параллельную DE, то получимъ отрѣзки

$$Am = T \text{ и}$$
$$mB = T_1.$$

И такъ при любой замыкающей kk^1 всегда можно опредѣлить величины равнодѣйствующей R и двухъ ея составляющихъ T и T_1.

Если поэтому отрѣзокъ T, представляющій сумму ординатъ, заключенныхъ между bb^1 и kb^1, не равенъ величинѣ T, опредѣленной изъ уравненія a или графическимъ построеніемъ, то прямая kk^1 не удовлетворяетъ требуемымъ условіямъ. Для полученія искомой замыкающей измѣнимъ отрѣзокъ bk, фиг. 101, на bm такъ, чтобы отношеніе $\frac{bk}{bm}$ равнялось отношенію истиннаго значенія T къ $T = (\Sigma\, bn)$, соотвѣтствующему замыкающей kk^1. Тогда, по доказанному выше, всѣ ординаты (bn) измѣнятся въ томъ же отношеніи, и слѣдовательно новая сумма ихъ

$$T = \Sigma\,(bm)$$

будетъ равна

$$T = R\,\frac{l_1}{l + l_1}.$$

Измѣнивъ точно также b^1k^1 на b^1m^1 такъ, чтобы отношеніе $\frac{b^1k^1}{b^1m^1}$ равнялось отношенію значенія $T_1 = R\,\frac{l}{l + l_1}$ къ T_1, равному суммѣ ординатъ между прямыми mb^1 и mm^1, получимъ замыкающую mm^1, удовлетворяющую требуемымъ условіямъ:

$$1)\ \Sigma\ (mc) = 0 \text{ и}$$
$$2)\ \Sigma\ (mc\,.\,x) = 0.$$

Для повѣрки перваго условія необходимо убѣдиться, что сумма ордонатъ, заключенныхъ между веревочнымъ многоугольникомъ $bc_1c_2c_3 \ldots c_8b^1$ и замыкающей mm^1, и расположенныхъ выше mm^1, равна суммѣ ордонатъ, расположенныхъ ниже ея.

При графическомъ построеніи для большей точности надо выбирать полюсы O_{11} и O^1, фиг. 103 и 104, такъ чтобы крайніе лучи образовали уголъ около 90^0, такъ какъ тогда точнѣе опредѣлятся точки, чрезъ которыя проходятъ равнодѣйствующія R и T.

При полученной замыкающей mm^1, фиг. 101, условія равновѣсія упругаго свода съ закрѣпленными опорами (см. ур. c) выразятся

$$1)\ \Sigma\,(mc) = 0,$$
$$2)\ \Sigma\ (mc\,.\,x) = 0,$$
$$3)\ \Sigma\ (mc - ak)\,.\,y = 0.$$

Первыя два условія удовлетворены надлежащимъ положеніемъ замыкающей mm^1.

Разсмотримъ третье условіе

$$\Sigma\ (mc - ak)\ .\ y = 0, \text{ или}$$
$$\Sigma\ (mc\,.\,y) = \Sigma\ (ak\ .\ y),$$

въ которомъ mc выражаетъ ордонату, заключенную между веревочнымъ многоугольникомъ $c_1c_2c_3 \ldots c_8$ и его замыкающею mm^1; при этомъ ордонаты, расположенныя выше mm^1, считаются положительными, а ниже mm^1—отрицательными; точно также ak представляетъ отрѣзки ордонатъ, лежащіе между данною кривой $aa_1a_2a_3\ \ldots a_8a^1$ и соотвѣтствующею замыкающей kk^1, фиг. 100.

Значенія

$$\Sigma\ (mc\ .\ y) \text{ и}$$
$$\Sigma\ (ak\ .\ y)$$

можно опредѣлить вычисленіемъ, умножая ордонаты $y_1y_2 \ldots y_8$ на соотвѣтственныя значенія mc и ak.

Если окажется, что $\Sigma(mc\,.\,y)$ не равно $\Sigma(ak\,.\,y)$, то можно достигнуть этого равенства, измѣняя прежнее произвольное полюсное разстояніе многоугольника $bc_1c_2\ldots c_8b^1$, фиг. 101. При этомъ, какъ извѣстно, ордонаты новаго веревочнаго многоугольника измѣнятся обратно пропорціонально измѣненію полюснаго разстоянія, и слѣдовательно, вообще говоря, новыя ордонаты будутъ пропорціональны прежнимъ. Поэтому положеніе равнодѣйствующихъ R и T не измѣнится, и новая замыкающая mm^1 будетъ параллельна прежней замыкающей.

Выразимъ значенія

$$\Sigma\ (mc\,.\,y) \text{ и}$$
$$\Sigma\ (ak\,.\,y)$$

нѣкоторыми отрѣзками ak и ac, фиг. 106, и отложимъ ихъ по прямой ad отъ точки a въ мосштабѣ, принятомъ для многоугольника силъ OAB, фиг. 102.

Если окажется, напримѣръ, что

$$\Sigma\ (ak\,.\,y) = ac > \Sigma\ (mc\,.\,y) = ab,$$

то для выполненія условія

$$\Sigma\ (ak\,.\,y) = \Sigma\ (mc\,.\,y) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (d)$$

необходимо уменьшить полюсное разстояніе H веревочнаго многоугольника $b\,c_1c_2c_3\ldots c_8\,b^1$, фиг. 102 и 101, такъ, чтобы было

$$\frac{H}{H_x} = \frac{\Sigma\,(ak\,.\,y)}{\Sigma\,(mc\,.\,y)},$$

гдѣ H_x — искомое, дѣйствительное полюсное разстояніе, удовлетворяющее условію (d).

При уменьшеніи произвольнаго полюснаго разстоянія H новыя ордонаты mc увеличатся, что̀ повлечетъ за собой увеличеніе суммы $\Sigma(mc\,.\,y)$, вслѣдствіе чего условіе (d) можетъ быть удовлетворено.

Для опредѣленія графическимъ способомъ новаго полюснаго разстоянія проведемъ чрезъ точку a, фиг. 106, прямую подъ угломъ около 60^0 и отложимъ на ней отъ точки a прежнее произвольное полюсное растояніе $H = ae$.

Если соединимъ точки c и e прямою и изъ точки x проведемъ прямую bf параллельную ce, то изъ подобія треугольниковъ abf и ace получимъ

$$\frac{ac}{af} = \frac{ac}{ab}, \text{ или}$$

$$\frac{H}{H_x} = \frac{ac}{ab} = \frac{\Sigma (ak \,.\, y)}{\Sigma (mc \,.\, y)}.$$

Такимъ образомъ отрѣзокъ af выразитъ искомое, дѣйствительное полюсное разстояніе, удовлетворяющее условію

$$\Sigma\ (ak \,.\, y) = \Sigma\ (mc \,.\, y).$$

И такъ условія равновѣсія упругой арки съ закрѣпленными концами:

$$1)\ \Sigma\ (v) = \Sigma\ (ck - ak) = 0$$

$$2)\ \Sigma\ (v \,.\, x) = \Sigma\ (ck \,.\, x) - \Sigma\ (ak \,.\, x) = 0$$

$$3)\ \Sigma\ (ck - ak) \,.\, y = 0,$$

сводятся къ условіямъ:

$$\text{I.} \begin{cases} \Sigma\ (ak) = 0 \\ \Sigma\ (ak \,.\, x) = 0. \end{cases}$$

$$\text{II.} \begin{cases} \Sigma\ (cm) = 0 \\ \Sigma\ (cm \,.\, x) = 0. \end{cases}$$

$$\text{III.}\ \Sigma\ (cm - ak) \,.\, y = 0.$$

Первому условію

$$\Sigma\ (ak) = 0$$
$$\Sigma\ (ak \,.\, x) = 0,$$

всегда удовлетворяетъ единственная замыкающая kk^1, положеніе которой зависитъ отъ данной дуги свода, фиг. 100.

Второму условію

$$\Sigma\ (cm) = 0$$
$$\Sigma\ (cm \,.\, x) = 0,$$

въ общемъ случаѣ можетъ удовлетворить замыкающая mm^1, фиг. 101, и веревочный многоугольникъ $bc_1{}^1c^1{}_2 \ldots c_8{}^1b^1$, построенный при произвольномъ горизонтальномъ напряженіи.

И, наконецъ, третье условіе

$$\Sigma\ (cm - ak) \,.\, y = 0$$

можетъ быть удовлетворено только при опредѣленномъ горизонтальномъ напряженіи H_x.

Для удовлетворенія всѣмъ тремъ условіямъ веревочный многоугольникъ $bc_1c_2c_3 \ldots c_8b^1$, фиг. 101, надо преобразовать такъ, чтобы его замыкающая mm^1 совпала за замыкающей kk^1, и горизонтальное напряженіе H равнялось H_x.

Если изъ полюса O, принятаго для веревочнаго многоугольника $bc_1\,c_2 \ldots c_8b^1$, фиг. 102, проведемъ прямую OM параллельно замыкающей mm^1, то получимъ вертикальныя реакціи опоръ: MA и BM.

Величина этихъ реакцій не зависитъ отъ положенія полюса. Поэтому, если чрезъ точку M проведемъ прямую MO_x, фиг. 102, параллельно замыкающей kk^1, и отложимъ $MO_x = H_x$, то полюсъ O_x будетъ искомый, такъ какъ новая замыкающая будетъ параллельна kk^1 и $H = H_x$.

Веревочный многоугольникъ, построенный при новомъ полюсѣ O_x, представитъ поэтому искомую кривую давленій съ замыкающею kk^1. При этомъ отношеніе любой ординаты m_1c_1 произвольнаго веревочнаго многоугольника $bc_1c_2 \ldots c_8b^1$ фиг. 102, къ новой соотвѣтственной ординатѣ $k_1c_1{}^1$ (фиг. 100) будетъ равно отношенію $\frac{H_x}{H}$, т. е.

$$\frac{m_1c_1}{k_1c_1{}^1} = \frac{H_x}{H}, \text{ или}$$

$$k_1c_1{}^1 = \frac{m_1c_1 \cdot H}{H_x} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (p)$$

Отложивъ отъ точки k_1 книзу отрѣзокъ равный $k_1c_1{}^1$, получимъ точку $c_1{}^1$, лежащую на кривой давленій.

Подобнымъ же образомъ опредѣлятся и другія точки $c_2{}^1, c_3{}^1, \ldots c_8{}^1$ кривой давленій.

Достаточно опредѣлить одну точку, напримѣръ $c_1{}^1$, и начертить веревочный многоугольникъ $bc_1{}^1c_2{}^1 \ldots c_8{}^1b^1$, фиг. 100, пользуясь многоугольникомъ силъ O_xAB, фиг. 102. Для повѣрки построенія слѣдуетъ опредѣлить указаннымъ способомъ (изъ уравненія р) положеніе другихъ точекъ, напримѣръ $c_5{}^1$ или $c_7{}^1$. Если онѣ будутъ лежать на веревочномъ многоугольникѣ $bc_1{}^1c_2{}^1 \ldots c_8{}^1b^1$, то все построеніе сдѣлано

вѣрно, и многоугольникъ $bc_1{}^1c_2{}^1 \dots c_8{}^1b^1$ представитъ искомую кривую давленій.

Графически положеніе любой точки $c_1{}^1$ кривой давленій можно опредѣлить, пользуясь чертежемъ фиг. 106. Отъ точки a отложимъ отрѣзокъ ah равный ордонатѣ m_1c_1, фиг. 101; точку h соединимъ съ точкой f, фиг. 106, и изъ точки e проведемъ прямую eh^1 параллельную hf; изъ подобія треугольниковъ получимъ

$$\frac{ah}{ah^1} = \frac{af}{ae} = \frac{H_x}{H};$$

значитъ

$$ah^1 = k_1c^1{}_1 \text{ (см. ур. p).}$$

Для повѣрки правильности положенія кривой давленій нужно, чтобы сумма отрѣзковъ ac^1, расположенныхъ выше кривой $aa_1a_2 \dots a_8a^1$, фиг. 100, равнялась суммѣ тѣхъ же отрѣзковъ, расположенныхъ ниже ея, что̀ необходимо для выполненія условія

$$\Sigma\ (ac^1)\ \Sigma = (v) = 0 \quad \dots\dots \quad (I)$$

Точно также сумма произведеній

$$\Sigma\ (ac^1 \,.\, x) = \Sigma\ (v \,.\, x) = 0 \quad \dots\dots \quad (II)$$

для чего сумма произведеній абсциссъ x на соотвѣтственные отрѣзки ac^1, расположенныя выше кривой $aa_1a_2 \dots a_8a^1$, должна равняться суммѣ произведеній x на соотвѣтственные отрѣзки, лежащіе ниже той же кривой.

Наконецъ, для удовлетворенія условія

$$\Sigma\ (ck—ak).y = \Sigma\ (ac \,.\, y) = \Sigma\ (v \,.\, y) = 0 \quad \dots\dots \quad (III)$$

сумма произведеній ордонатъ y на соотвѣтственныя величины ac^1 выше кривой $aa_1a_2 \dots a_8a^1$ должна равняться суммѣ подобныхъ же произведеній для ac^1, расположенныхъ ниже кривой $aa_1a_2 \dots a_8a^1$.

Построивъ кривую давленій $c^1c^1{}_1c^1{}_2 \dots c_8{}^1c^1$, фиг. 100, можно получить напряженіе въ любомъ сѣченіи свода.

Реакція лѣвой опоры свода равна крайнему лучу BO_x, фиг. 100 и 102; точка приложенія ея—c. Горизонтальная

H_x и вертикальная V составляющія реакціи равны MO_x и BM. Точно также для правой опоры получимъ реакцію AO_x и ея составляющія H_x и V_1, приложенныя въ точкѣ c^1.

Принимая за опоры свода точки пересѣченій a и a^1 средней линіи свода $aa_1a_2 \ldots a_8a^1$ съ плоскостями пять, получимъ въ пятахъ вращающіе моменты

$$H_x\, ac^1 \text{ и } H_x \,.\, a^1c^1,$$

величина которыхъ при несимметричной нагрузкѣ свода будетъ различна.

Въ любомъ сѣченіи, напримѣръ rs, фиг. 100, равнодѣйствующая всѣхъ силъ выразится по величинѣ и направленію лучемъ P_5P_4, фиг. 102. Разложивъ эту равнодѣйствующую на составляющія: T—касательную къ средней линіи свода $aa_1a_2 \ldots a_8a^1$, и N — нормальную къ ней, можно опредѣлить наибольшее напряженіе f въ разсматриваемомъ сѣченіи, пользуясь формулой (F), приведенной выше:

$$f = \frac{1}{d}\left(T + \frac{6M}{d}\right), \text{ гдѣ}$$

d—толщина свода въ разсматриваемомъ сѣченіи, M— моментъ равнодѣйствующей R всѣхъ силъ относительно центра того же сѣченія, равный

$$M = Rr = Hv = H \,.\, ac,$$

т. е. горизонтальному распору, умноженному на вертикальное разстояніе отъ центра сѣченія до кривой давленій.

Поэтому

$$f = \frac{1}{d}\left(T + \frac{6 \,.\, H \,.\, v}{d}\right).$$

Изъ всего изложеннаго видно, что предлагаемый способъ разсчета примѣнимъ къ цилиндрическимъ сводамъ любой формы и при какой угодно нагрузкѣ: равномѣрно распредѣленной, односторонней, сосредоточенной или подвижной. Во всѣхъ случаяхъ рѣшеніе вопроса сводится къ простымъ построеніямъ веревочнаго многоугольника, удовлетворяющаго извѣстнымъ условіямъ. При этомъ отдѣльныя построенія могутъ быть провѣрены самыми простыми ариѳметическими вычисленіями.

Примѣрный разсчетъ цилиндрическаго свода, подверженнаго дѣйствію подвижной нагрузки, приведенъ ниже.

Переходя къ частнымъ случаямъ, можно замѣтить слѣдующее:

I. При симметричной нагрузкѣ кривая давленій симметричнаго свода будетъ также симметрична относительно вертикальной линіи, проходящей чрезъ замокъ свода; поэтому достаточно опредѣлить положеніе кривой давленій для одной половины свода. Замыкающая kk^1 кривой давленій $c\ c_1\ c_2\ c_3\ c_4 \ldots c^1$, фиг. 107, черт. VI, будетъ горизонтальна, и отрѣзокъ ak опредѣлится, раздѣливъ сумму всѣхъ ордонатъ $y_1\ y_2 \ldots y_n$ полусвода на число этихъ ордонатъ.

Такимъ образомъ, первое условіе равновѣсія упругой арки съ закрѣпленными концами:

$$\text{I.} \left\{ \begin{array}{l} \Sigma\ (ak) = 0 \\ \Sigma\ (ak \,.\, x) = 0 \end{array} \right.$$

будетъ удовлетворено.

Взявъ произвольный полюсъ O, фиг. 108, строимъ для данныхъ силъ многоугольникъ силъ OAB, а затѣмъ веревочный многоугольникъ $c\ c_1\ c_2 \ldots c_4$ для лѣвой половины свода. Замыкающая этого многоугольника, mm^1, удовлетворяющая второму условію:

$$\text{II.} \left\{ \begin{array}{l} \Sigma\ (mc) = 0 \\ \Sigma\ (mc \,.\, x) = 0, \end{array} \right.$$

будетъ горизонтальна вслѣдствіе симметріи многоугольника и опредѣлится такъ же какъ и замыкающая kk^1. Слѣдовательно, въ данномъ случаѣ построеніе для втораго условія еще болѣе упрощается.

Наконецъ, для удовлетворенія третьяго условія:

$$\Sigma\ (mc - ak)\, y = 0, \text{ или}$$
$$\Sigma\ (mc \,.\, y) = \Sigma\ (ak \,.\, y)$$

надо сравнить суммы произведеній ордонатъ y на соотвѣтственные отрѣзки, mc и ak; въ случаѣ неравенства этихъ суммъ, надо измѣнить горизонтальное растояніе $H = AO$ фиг. 108, такъ какъ пояснено выше. Опредѣливъ такимъ,

образомъ искомый горизонтальный распоръ, строимъ кривую давленій, какъ и въ общемъ случаѣ.

Примѣръ разсчета цилиндрическаго свода съ симметричною нагрузкой приведенъ ниже.

II. Въ любомъ сводѣ, подверженномъ дѣйствію вертикальныхъ силъ, равнодѣйствующая всѣхъ внутреннихъ силъ R увеличивается по мѣрѣ приближенія отъ замка къ опорамъ, чтó ясно видно изъ разсмотрѣнія любого многоугольника силъ для полусвода, фиг. 102 и 108.

Если допустить, что кривая давленій совпадаетъ съ среднею линіей свода, и напряженіе матеріала f постоянно по всей длинѣ свода, то толщина его d въ любомъ сѣченіи опредѣлится изъ уравненія

$$d = \frac{T}{f},$$

гдѣ T — составляющая R, касательная къ средней линіи.

Слѣдовательно, при перемѣнной величинѣ T толщина свода d будетъ также перемѣнной, увеличиваясь къ опорамъ.

Тогда въ основныхъ уравненіяхъ, выражающихъ условія равновѣсія упругихъ арокъ съ закрѣпленными концами,

$$\left.\begin{aligned} \Sigma \frac{Ms}{EI} &= 0 \\ \Sigma \frac{M.x.s}{EI} &= 0 \\ \Sigma \frac{M.y.s}{E.I} &= 0 \end{aligned}\right\} \text{(A)}$$

моментъ инерціи I будетъ величиною перемѣнной и не можетъ быть вынесенъ изъ подъ знака Σ, и уравненія не приведутся къ простѣйшему виду:

$$\left.\begin{aligned} \Sigma M &= 0 \\ \Sigma Mx &= 0 \\ \Sigma My &= 0. \end{aligned}\right\} \text{(B)}$$

Въ такомъ случаѣ можно раздѣлить среднюю линію свода $a\ a_1\ a_2\ \ldots\ a_4 a$, фиг. 109, на нѣсколько такихъ дугъ $s, s_1\ s_2 \ldots$ и т. д., чтобы отношеніе каждой изъ нихъ къ моменту инерціи средняго сѣченія I, I_1 и $I_2 \ldots$ было постояннымъ по всей средней линіи. Тогда въ основныхъ уравненіяхъ (A).

величина $\frac{S}{E.\ I}$ будетъ постоянной, и поэтому уравненія (A) приведутся къ условіямъ (B).

Для этого, опредѣливъ предварительно толщину свода въ замкѣ по формуламъ (см. ниже), отложимъ отъ вершины свода по средней дугѣ элементарную дугу s, фиг. 109. Допустимъ, что моментъ инерціи сѣченія, проходящаго чрезъ средину ея, равенъ I и отношеніе.

$$\frac{s}{I} = n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

Принимая затѣмъ моментъ инерціи сѣченія $A_1 B_1$, равный I_1, за моментъ инерціи средняго сѣченія слѣдующей дуги S, получимъ длину ея изъ того же уравненія (a):

$$\frac{S_1}{I_1} = n \quad \text{и т. д.}$$

Если послѣднее дѣленіе не совпадетъ съ пятовымъ швомъ и окажется отъ него въ разстояніи d, то можно вмѣсто прежней дуги s взять

$s + \frac{d.s}{D}$, гдѣ D—длина средней линіи отъ замка до пяты.

Незначительными измѣненіями моментовъ инерціи можно пренебречь, считая, что они останутся безъ измѣненія, и тогда изъ общаго уравненія (a) можно опредѣлить длину новыхъ элементарныхъ дугъ. Отношеніе каждой изъ нихъ къ прежней выразится

$$\left(s + \frac{d.s}{D}\right) : s = 1 + \frac{d}{D} = \frac{D + d}{D},$$

т. е. общее удлиненіе равно d и, слѣдовательно, новое крайнее дѣленіе должно совпасть съ пятовымъ швомъ.

Сдѣлавъ нѣсколько попытокъ, можно достигнуть постояннаго отношенія $\frac{S}{I}$ по всей длинѣ средней линіи.

При этомъ, понятно, толщина свода должна измѣняться непрерывно, или по крайней мѣрѣ не очень рѣзко.

Такимъ образомъ, предлагаемый способъ примѣнимъ и къ разсчету сводовъ съ перемѣнною толщиной.

Основныя уравненія:

$$\Sigma\, M = 0$$
$$\Sigma\, M \,.\, x = 0$$
$$\Sigma\, M \,.\, y = 0,$$

выведенныя элементарнымъ способомъ, получаются также изъ уравненій, выражающихъ условія равновѣсія упругой арки безъ шарнировъ:

$$\int \frac{M}{EI} \,.\, ds = 0$$
$$-\int \frac{T}{EF} \,.\, dy + \int \frac{M.x}{E.I} \,.\, ds = 0$$
$$\int \frac{T}{EF} \,.\, dx + \int \frac{M.y}{E.I} \,.\, ds = 0,$$

гдѣ M—моментъ всѣхъ внѣшнихъ силъ относительно центра разсматриваемаго сѣченія,

T—продольная сила, касательная къ средней линіи,

F—площадь разсматриваемаго сѣченія,

I—моментъ инерціи его,

E—коэффиціентъ упругости при сжатіи,

x и y—коордонаты средины элементарной дуги ds.

Интегрированіе распространено отъ $x = 0$ до $x = l$, гдѣ l—пролетъ арки.

(См. Wilh. Keck, основы разсчета строительныхъ сооруженій по методамъ теоріи упругости).

Если въ этихъ уравненіяхъ выдѣлить сравнительно ничтожную деформацію, вызываемую силой T, то при постоянныхъ величинахъ ds, E и I получимъ тѣ же условія (B):

$$\Sigma\, M = 0$$
$$\Sigma\, Mx = 0$$
$$\Sigma\, My = 0.$$

Продольная сила T производитъ укорачиваніе средней линіи свода; вліяніе ея разсмотрѣно ниже, въ отдѣлѣ «Вліяніе измѣненій температуры».

Въ основу изложеннаго графическаго способа разсчета цилиндрическихъ сводовъ приняты два положенія:

1) матеріалы сводовъ предполагаются упругими при тѣхъ напряженіяхъ, которыя обыкновенно допускаются на практикѣ, и

2) своды разсматриваются какъ упругія арки съ закрѣпленными точками опоры, что подтверждается данными австрійскихъ опытовъ, показавшими, что вращенія у пятъ вовсе не наблюдалось (своды кирпичный и Монье), или оно было ничтожнымъ (сводъ бутовый. См сравненіе опытныхъ данныхъ, таблицы №№ 1, 2, 3 и 4).

Способы же разсчета, выработанные коммисіей, производившей эти опыты, основаны на допущеніи шарнировъ въ пятахъ сводовъ, чего вовсе нельзя заключить изъ опытныхъ данныхъ.

Для выясненія существеннаго различія между этими двумя противоположными взглядами на основныя условія, въ которыхъ находятся опоры сводовъ, приведены ниже примѣры разсчетовъ сводовъ, разсматриваемыхъ съ двухъ точекъ зрѣнія:

1) какъ упругія арки съ закрѣпленными опорами, и

2) какъ упругія арки съ шарнирами въ опорахъ.

Для большей точности всѣ вычисленія сдѣланы съ тремя десятичными знаками, хотя для практическихъ цѣлей вполнѣ достаточно ограничиться двумя десятичными знаками или однимъ.

Примѣры разсчета цилиндрическихъ сводовъ.

I) Допустимъ, требуется опредѣлить положеніе кривой давленій въ симметричномъ цилиндрическомъ сводѣ, представленномъ на фиг. 110 и 111. Пролетъ $l = 15$ метр.; стрѣла подъема $h = 2,5$ метра; толщина свода d постоянна и равна 50, метра.

Сводъ покрытъ слоемъ песку, толщина котораго надъ замкомъ—0,65 метра; у пятъ 2,50 метра.

Вѣсъ 1 куб. метра кладки свода и песка—2.000 килогр.

Раздѣлимъ среднюю линію свода a a_1 . . . a_8 на 8 равныхъ частей и обозначимъ длину каждой такой элементарной дуги чрезъ $s = 1,03$ метра, а средины ихъ точками a_1, a_2, a_3 . . . a_8.

Чрезъ средину пятоваго шва a проведемъ вертикальную

ось X-овъ и горизонтальную ab_8—ось Y-овъ. Ордонаты точекъ a_1, a_2, . . . a_8 назовемъ чрезъ y_1, y_2, y_3 . . . . y_8.

Чрезъ точки дѣленій средней линіи проведемъ нормальные швы d_1, d_2, . . . d_8, а затѣмъ изъ верхнихъ ихъ точекъ d_1, d_2 . . . d_8—вертикальныя линіи до пересѣченія съ линіей ограничивающей засыпку въ точкахъ e, e_1, e_2 . . . e_8, e.

Двумя плоскостями, перпендикулярными къ оси свода, выдѣлимъ элементарный сводъ, длина котораго равна 1 метру (Сѣченіе ab).

Внѣшними силами, дѣйствующими на этотъ элементарный сводъ, будутъ: вѣсъ засыпки и собственный вѣсъ свода.

Вѣсъ p любого клина d_4 d_5 f_4 f_5 пропорціоналенъ площади трапеціи d_4 d_5 f_4 f_5; вѣсъ соотвѣтствующей засыпки p^1 пропорціоналенъ площади трапеціи e_4 e_5 d_4 d_5; силы эти пройдутъ чрезъ центры тяжести соотвѣтствующихъ трапецій, фиг. 110.

Равнодѣйствующая P этихъ силъ, приложенныхъ къ любому клину свода, равна ихъ суммѣ $(p + p^1)$ и направится по вертикали, положеніе кото ой опредѣлится изъ уравненія моментовъ всѣхъ этихъ силъ относительно точки a (начало коордонатъ).

Допустимъ, что абсциссы центровъ тяжести разсматриваемыхъ трапецій выразятся x и x^1; если назовемъ разстояніе отъ точки a до P чрезъ X,

$$\text{то } P \cdot X = p \cdot x + p' \cdot x',$$

$$X = \frac{px + p' \cdot x'}{P} = \frac{px + p'x'}{(p + p')}.$$

Въ прилагаемой таблицѣ № I вычислены силы, дѣйствующія на клинъ.

Таблица № I.

№ клина.	Вѣсъ въ тоннахъ: Засыпки. p'.	Клина. p.	Общій. P.
1	4,38. 0,86 = 3,76	2.1,03. 0,5 =	4,79
2	3,40. 0,90 = 3,06	= 1,03	4,09
3	2,55 0,94 = 2,40		3,43
4	1,95. 0,97 = 1,89		2,92
5	1,50. 1,01 = 1,51		2,54
6	1,25. 1,02 = 1,27		2,30
7	1,12. 1,04 = 1,16		2,19
8	1,20. 1,05 = 1,26		2,29
			$R = \Sigma P = 24,55$

Въ таблицѣ № II вычислены абсциссы X равнодѣйствующихъ, приложенныхъ къ клиньямъ свода.

Таблица № II.

№ клина.	$\frac{p.x + p.'x'}{P}$	Абсциссы X въ метрахъ.
1	$\frac{3,76.\ 0,27 + 1,03.\ 0,41}{4,79} =$	0,30
2	$\frac{3,06.\ 1,15 + 1,03.\ 1,28}{4,09} =$	1,18
3	$\frac{2,40.\ 2,08 + 1,03.\ 2,18}{3,43} =$	2,11
4	$\frac{1,89.\ 3,04 + 1,03.\ 3,12}{2,92} =$	3,07
5	$\frac{1,51.\ 4,05 + 1,03.\ 4,12}{2,54} =$	4,08
6	$\frac{1,27.\ 5,06 + 1,03.\ 5,10}{2,30} =$	5,08
7	$\frac{1,16.\ 6,10 + 1,05.\ 6,12}{2,19} =$	6,11
8	$\frac{1,26.\ 7,16 + 1,03.\ 7,15}{2,29} =$	7,15

Какъ пояснено выше, при симметричной нагрузкѣ достаточно опредѣлить положеніе кривой давленій въ одной половинѣ свода, напримѣръ въ лѣвой.

Первое условіе равновѣсія упругой арки съ закрѣпленными концами:

$$\text{I.} \begin{cases} \Sigma\ (ak) = 0 \\ \Sigma\ (ak\,.\,x) = 0 \end{cases}$$

будетъ удовлетворено, если проведемъ горизонтальную замыкающую kk^1 такъ, чтобы отрѣзокъ ak, фиг. 110, былъ равенъ

$$\frac{y_1+y_2+y_3+\,.\,.\,+y_8}{8},\ \text{гдѣ}$$

$y_1, \dots y_8$—ордонаты среднихъ точекъ $a_1, \dots a_8$.

Величины $y_1, \dots y_8$ приведены въ таблицѣ № III. Для повѣрки построенія сумма ордонатъ $(a_1\,k_1 + a_2\,k_2 + a_3\,k_3)$, расположенныхъ ниже замыкающей $k^1\,k$, должна равняться суммѣ ордонатъ $(a_4\,k_4 + a_5\,k_5 + a_6\,k_6 + a_7\,k_7 + a_8\,k_8)$, лежащихъ выше $k^1\,k$.

На горизонтальной линіи OA, фиг. 113, отложимъ произвольное полюсное разстояніе $OA = H = 25$ тон.; чрезъ точку A проведемъ вертикальную прямую AB и отложимъ послѣдовательно равнодѣйствующія, приложенныя къ клиньямъ свода. Получивъ многоугольникъ силъ OAB, строимъ веревочный многоугольникъ $b\ c_1\ c_2 \dots c_8$ для лѣвой половины свода, фиг. 112.

Для удовлетворенія втораго условія равновѣсія упругаго свода съ закрѣпленными концами:

$$\text{II.} \begin{cases} \Sigma\ (cm) = 0 \\ \Sigma\ (cm\,.\,x) = 0 \end{cases}$$

проведемъ замыкающую mm^1, которая будетъ также горизонтальна вслѣдствіе симметріи веревочнаго многоугольника, и при этомъ отрѣзокъ, фиг. 112,

$$mb = \frac{c_1b_1+c_2b_2+\,.\,.\,c_8b_8}{8}.$$

Величины cb приведены въ таблицѣ № III.

Для удовлетворенія третьяго условія:

$$\Sigma\ (cm - ak)y = 0, \text{ или}$$
$$\Sigma\ (cm \,.\, y) = \Sigma\ (ak \,.\, y)$$

надо сравнить сумму произведеній ордонатъ y на mc и y на ak; если суммы этихъ произведеній окажутся неравными, то надо измѣнить полюсное разстояніе $AO = 25$ тоннъ такъ, чтобы достигнуть равенства между указанными суммами произведеній.

Въ таблицѣ № III приведены всѣ данныя для опредѣленія положенія замыкающихъ kk^1, mm^1 и кривой давленій.

Таблица № III.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ клина.	y	cb	ak	mc	$ak.y$	$mc.y$	$\frac{c^1k}{cm}$	c^1k	$(c^1k-ak)=v$
0	0	0	—1,700	—2,013	0	0		—1,737	— 0,039
1	0,317	0,393	—0,383	—1,616	—0,438	—0,512		—1,396	— 0,013
2	0,866	1,050	—0,833	—0,956	—0,721	—0,828		—0,826	+ 0,007
3	1,350	1,617	—0,347	—0,393	—0,468	—0,530		—0,339	+0,008
		Σ	—2,563	—2,965	—1,627	—1,870	0,864	—2,561	—
4	1,750	2,070	+0,040	+0,050	+0,070	+0,087		+0,047	+ 0,007
5	2,063	2,433	+0,355	+0,417	+0,728	+0,860		+0,360	+ 0,007
6	2,287	2,697	+0,587	+0,680	+1,342	+1,555		+0,588	+ 0,001
7	2,446	2,877	+0,750	+0,863	+1,834	+2,110		+0,746	— 0,004
8	2,520	2,966	+0,833	+0,954	+2,099	+2,404		+0,824	— 0,009
		Σ	+2,563	+2,967	+6,073	+7,016		+2,565	
Σ	13,599	16,103	0,000	+0,002	+4,446	+5,146		+0,004	+ 0,004

$$ak = \frac{\Sigma y}{8} = \frac{13,599}{8} = 1,70 \text{ метра}$$

$$bm = \frac{\Sigma cb}{8} = \frac{16,103}{8} = 2,013 \text{ метра.}$$

Въ этой таблицѣ 6-й и 7-й столбцы показываютъ:

$$\Sigma\ (ak \,.\, y) = +\,4,446$$

и

$$\Sigma\ (mc \,.\, y) = +\,5,146.$$

Такъ какъ $\Sigma(ak\,.\,y)$ постоянно для данной дуги свода, то для удовлетворенія условія

$$\Sigma\ (ak\,.\,y) = \Sigma\ (mc\,.\,y)$$

надо уменьшить всѣ ордонаты mc такъ, чтобы было

$$\frac{\Sigma\,(ak)\,.\,y}{\Sigma\,(mc)\,.\,y} = \frac{4{,}45}{5{,}15},$$

а для этого необходимо увеличить полюсное разстояніе такъ, чтобы было

$$\frac{H_x}{25} = \frac{5{,}15}{4{,}48} = \frac{\Sigma\ (mc\,.\,y)}{\Sigma\ (ak\,.\,y)},$$

гдѣ H_x — искомый горизонтальный распоръ свода, 25 тоннъ — произвольное полюсное разстояніе для веревочнаго многоугольника $b\ c_1\ c_2\ .\ .\ .\ c_8$. $H_x = \frac{25\,.\,5{,}146}{4{,}446} = 28{,}93$ тоннъ.

Такимъ образомъ, многоугольникъ силъ O^1AB при $O^1A = 28{,}93$ тоннъ, фиг. 113, будетъ служить новымъ многоугольникомъ силъ для построенія кривой давленій. Замыкающая mm^1 совпадетъ съ kk^1, и отношеніе любой новой ордонаты c^1k кривой давленій къ соотвѣтствующей прежней ордонатѣ cm будетъ равно отношенію прежняго, произвольнаго полюснаго разстоянія H=25 тоннъ къ новому, дѣйствительному $H_x = 28{,}93$ тоннъ, такъ какъ при всякомъ преобразованіи веревочнаго многоугольника ордонаты, заключенныя между замыкающими и периметрами веревочныхъ многоугольниковъ, обратно пропорціональны полюснымъ разстояніямъ.

И такъ $$\frac{c'k}{cm} = \frac{25}{28{,}93} = 0{,}864,$$

$$\text{или } c'k = 0{,}864\ cm.$$

Столбецъ 9-й таблицы № III даетъ всѣ ордонаты кривой давленій. Положеніе ея относительно средней линіи свода опредѣлится разностью

$$(ck - ak) = v.$$

Значенія v приведены въ 10-мъ столбцѣ той же таблицы, причемъ положительныя числа относятся къ точкамъ лежа-

щимъ выше средней линіи свода $aa_1a_2 \ldots a^1$, отрицательныя же значенія — къ точкамъ, расположеннымъ ниже ея.

Такимъ образомъ, кривая давленій расположится у пятъ ниже средней линіи на —0,039 метра (0,04 метра); въ первомъ швѣ ниже ея на —0,013 метра; во 2, 3, 4 и 5 швахъ пройдетъ выше средней линіи на + 0,007 метра, а затѣмъ снова расположится ниже ея, пересѣкая шовъ замка на — 0,009 метра (0,01 метра) ниже его центра.

Слѣдовательно, въ общемъ кривая давленій почти совпадетъ съ среднею линіей свода.

Для удовлетворенія основному условію равновѣсія упругаго свода съ закрѣпленными пятами:

$$\Sigma\ M = \Sigma\,(H\,.\,v) = 0 \text{ или } \Sigma\ (v) = 0$$

необходимо, чтобы сумма данныхъ 10-го столбца таблицы № III равнялась или была близка къ нулю. Въ данномъ случаѣ

$$\Sigma\ (v) = +\ 0{,}004 \text{ метра.}$$

Правильность всего разсчета можно повѣрить слѣдующимъ образомъ.

Опредѣливъ одну изъ точекъ дѣйствительной кривой давленій, напримѣръ C'_8, фиг. 110, строимъ дѣйствительную кривую давленій $c'_8c'_7c'_6 \ldots c'$, фиг. 110, пользуясь новымъ многоугольникомъ силъ $O'AB$, фиг. 113, въ которомъ полюсное разстояніе $O'A = Hx = 28{,}93$ тон.

При вѣрномъ разсчетѣ всѣ остальныя точки кривой давленій $c'_7c'_6 \ldots c'_1$ должны лежать на построенной кривой давленій.

Изъ этого примѣра видно, что для опредѣленія положенія кривой давленій въ данномъ сводѣ требуются самыя простыя построенія и несложные ариѳметическіе разсчеты (см. таблицу № III); кривая давленій получается вполнѣ опредѣленною, и при этомъ правильность всѣхъ предъидущихъ построеній и разсчетовъ всегда повѣряется послѣднимъ построеніемъ кривой давленій, какъ указано выше. Точность разсчета зависитъ отъ величины тѣхъ частей, на которыя раздѣлена средняя дуга.

При тѣхъ же данныхъ опредѣлимъ теперь положеніе

кривой давленій, разсматривая сводъ какъ упругую арку съ шарнирами въ пятахъ.

Условіе равновѣсія такого свода выразится уравненіемъ

$$\Sigma \, M \, . \, y = 0,$$

или, принимая во вниманіе, что $M = H \, . \, v$,

получимъ $$\Sigma \, v \, . \, y = 0,$$

гдѣ v — вертикальное разстояніе отъ любой точки a средней дуги свода $aa_1a_2 \ldots$ фиг. 117, черт. VII, до кривой давленій Изъ чертежа видно, что для любой точки вертикальное разстояніе

$$v = cb - ab = cb - y,$$

гдѣ y—ордоната разсматриваемой точки средней дуги свода. Поэтому предъидущее условіе равновѣсія выразится:

$$\Sigma \, M \, . \, y = \Sigma \, (cb - y) \, . \, y, \text{ или}$$
$$\Sigma \, (cb \, . \, y) = \Sigma \, (y)^2 \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \quad (a)$$

При допущеніи шарнировъ въ центрахъ пятъ свода a и a^1, фиг. 117, кривая давленій должна пройти чрезъ эти точки, такъ какъ иначе въ пятахъ получились бы нѣкоторые вращающіе моменты $H.v$; шарниры же по предположенію не должны оказывать никакого сопротивленія вращенію; поэтому послѣ нѣкоторой деформаціи свода кривая давленій пройдетъ чрезъ шарнирныя точки опоры.

Вслѣдствіе этого замыкающая aa^1 кривой давленій пройдетъ чрезъ тѣ же точки a и a^1. Въ сводѣ же, разсматриваемомъ какъ упругая арка съ закрѣпленными точками опоры, замыкающая кривой давленій не проходитъ, вообще говоря, чрезъ точки опоры, поэтому въ пятахъ получаются нѣкоторые вращающіе моменты.

Если нагрузка симметрична относительно вертикальной линіи, проходящей чрезъ вершину свода, то и кривая давленій будетъ также симметрична относительно той же линіи, и слѣдовательно достаточно опредѣлить положеніе кривой давленій для правой половины свода, фиг. 111.

При произвольномъ полюсномъ разстояніи $H = 25$ тон.,

фиг. 113, построимъ веревочный многоугольникъ $bc_1c_2 \,.\, c_3$, замыкающею котораго будетъ прямая bb^1, фиг. 112.

Если бы произвольный веревочный многоугольникъ $bc_1c_2 \,.\, c_3b^1$ выражалъ дѣйствительную кривую давленій, то было бы удовлетворено условіе:

$$\Sigma\,(cb\,.\,y) = \Sigma\,(y^2),$$

гдѣ cb—ордоната веревочнаго многоугольника, y—ордоната соотвѣтствующей точки средней дуги свода.

Для опредѣленія произведеній

$$\Sigma\,(cb\,.\,y) \text{ и } \Sigma\,(y^2)$$

составлена таблица № IV, изъ 4-го и 5-го столбца ея получимъ:

$$\Sigma\,(cb\,.\,y) = 32{,}536 \text{ и } \Sigma\,(y^2) = 27{,}482.$$

Такъ какъ y—величина вполнѣ опредѣленная и зависитъ отъ формы данной средней дуги свода, то для удовлетворенія условію

$$\Sigma\,(cb\,.\,y) = \Sigma\,(y^2)$$

необходимо уменьшить всѣ ордонаты cb; а для этого надо увеличить въ томъ же отношеніи полюсное разстояніе H.

Искомое полюсное разстояніе H_x или дѣйствительный горизонтальный распоръ опредѣлится поэтому изъ уравненія

$$\frac{H_x}{H} = \frac{32{,}536}{27{,}482}, \text{ откуда}$$

$$H_x = \frac{25.32{,}536}{27{,}482} = 29{,}69 \text{ тон.}$$

Отношеніе каждой новой ордонаты c^1b дѣйствительной кривой давленій къ прежней cb выразится:

$$\frac{c'b}{cb} = \frac{27{,}482}{32{,}536} = 0{,}844, \text{ откуда}$$

$$c'b = 0{,}844\ cb.$$

Значенія всѣхъ ордонатъ c^1b кривой давленій приведены въ 7-мъ столбцѣ.

Положеніе ея относительно средней дуги свода выразится въ любомъ сѣченіи разностью $(cb - y) = Y$, которая приведена въ 8-мъ столбцѣ таблицы № IV.

Таблица № IV.

1	2	3	4	5	6	7	8
№ шва.	y	cb	$cb.y$	y^2	$\frac{c^1b}{cb}$	c^1b	$c^1b-y=v$
0	0	0	0	0		0	0
1	0,317	0,393	0,124	0,100	0,844	0,332	+ 0,015
2	0,866	1,050	0,909	0,750		0,887	+ 0.021
3	1,350	1,617	2,183	1,822		1,366	+ 0,016
4	1,750	2,070	3,622	3,063		1,748	— 0,002
5	2,063	2,433	5,019	4,244		2,055	— 0,008
6	2,287	2,697	6,168	5,199		2,278	— 0,009
7	2,446	2,877	7,037	5,954		2,431	— 0,015
8	2,520	2,966	7,474	6,350		2,504	— 0,016
		Σ	32,536	27,482		Σ	+ 0,002

Для вѣрности разсчета необходимо, чтобы Σ (v) приближалась къ нулю; въ данномъ случаѣ

$$\Sigma (v) = - 0{,}002 \text{ метра.}$$

Данныя 8-го столбца показываютъ, что въ пятахъ кривая давленій пройдетъ чрезъ центръ шва; въ первомъ швѣ расположится выше средней линіи на (+ 0,015 метра), во второмъ—на (+ 0,021 метра); въ третьемъ—на (+ 0,016 метра); въ 4-мъ швѣ пройдетъ ниже средней линіи на (— 0,002 метра), и затѣмъ, постепенно понижаясь, пересѣчетъ средній шовъ на (— 0,016 метра) ниже средней линіи.

Сравнивая результаты разсчетовъ, получимъ, что при одинаковыхъ условіяхъ горизонтальный распоръ свода, разсматриваемаго какъ упругая арка съ закрѣпленными точками опоры, выразится:

$$H_x = 28{,}93 \text{ тон. на 1 метръ длины свода.}$$

При допущеніи же шарнировъ въ пятахъ горизонтальный распоръ

$$H_x{}' = 29{,}69 \text{ тон. на 1 метръ длины свода.}$$

Разность $H_x' - H_x = 29,69$ тон. — 28,93 тон. = 0,76 тон.

составитъ $$100\ \frac{0,76}{28,93} = 2,7\%,$$

чтó для практики не имѣетъ особаго значенія.

Напряженія въ швахъ въ обоихъ случаяхъ будутъ также различны.

Въ замкѣ свода, разсматриваемаго какъ упругая арка съ закрѣпленными точками опоры, наибольшее напряженіе f, опредѣлится по формулѣ Навье или по приведенной выше формулѣ

$$f_1 = \frac{1}{d}\left(T + \frac{6 . H . v}{d}\right),$$

гдѣ $d =$ 50 сантим. выражаетъ толщину свода,

T — нормальное давленіе на швъ, равное 28,93 тон.,

$H =$ 28,93 тон. — горизонтальный распоръ,

$v =$ 0,9 сантим. — вертикальное разстояніе отъ центра разсматриваемаго сѣченія до кривой давленій.

Подставляя значенія, получимъ

$$f_1 = \frac{1}{100.50}\left(28930 + \frac{6.28930.0,9}{50}\right) = 6,4 \text{ килогр. на кв. сант.}$$

При допущеніи шарнировъ въ пятахъ напряженіе въ замкѣ

$$f_2 = \frac{1}{100.50}\left(29690 + \frac{6.29690.1,6}{50}\right) = 7,08 \text{ килогр. на кв. сант.},$$

чтó составитъ $$100\ \frac{7,08-6,4}{6,4} = +\ 10\%.$$

Напряженіе же f_3 въ пятахъ свода съ закрѣпленными точками опоры выразится тою же формулой, причемъ T равно нормальной составляющей крайняго луча $O^1B = 37,90$ тон.

$$f_3 = \frac{1}{100.50}\left(37900 + \frac{6.28930.3,9}{50}\right) = 10,3 \text{ килогр. на кв. сант.}$$

Въ сводѣ съ шарнирами въ опорахъ кривая давленій пройдетъ чрезъ центръ пятоваго шва, и потому давленіе распредѣлится равномѣрно по всему шву; напряженіе

$$f_4 = \frac{38350 \text{ килогр.}}{50.100} = 7,67 \text{ килогр. на кв. сант.}$$

Слѣдовательно, въ первомъ случаѣ напряженіе въ пятахъ на

$$100\,\frac{10{,}3-7{,}67}{7{,}67}=+\,34{,}3\%$$

больше того напряженія, которое явилось бы въ подобной же упругой аркѣ съ шарнирами въ опорахъ.

Въ дѣйствительности условія, въ которыхъ находятся пяты сводовъ кирпичныхъ и бутовыхъ, представляютъ нѣчто среднее между условіями опоръ закрѣпленныхъ и шарнирныхъ. Поэтому безопаснѣе вести разсчетъ, разсматривая своды какъ упругія арки съ закрѣпленными точками опоръ. Къ этимъ условіямъ еще ближе подходятъ своды бетонные, представляющіе одинъ монолитъ съ опорами.

II) Подвижная нагрузка.

1) Допустимъ, требуется провѣрить прочность кирпичнаго желѣзнодорожнаго моста, фиг. 117—118, черт. VII. Пролетъ $l = 7{,}5$ метр.; подъемъ $^1/_5$, равный 1,5 метра; радіусъ внутренней производящей $R = 5{,}44$ метр.; толщина свода постоянна $d = 0{,}90$ метра.

Давленіе на каждую изъ трехъ осей паровоза—12 тон.; разстояніе между осями—1,4 метра; разстояніе отъ передняго буфера до 1-й оси — 1,15 метра.

Толщина балласта въ замкѣ	0,75 метра
» » у пятъ	2,5 »
Вѣсъ 1 куб. метра кирпичной кладки на цементѣ.	2 тонны
Вѣсъ 1 куб. метра влажнаго балласта	2 »

Для свода наиболѣе опасною будетъ односторонняя нагрузка, напримѣръ когда паровозъ помѣстится между замкомъ и лѣвою опорой.

Допустимъ, что поперечное сѣченіе пути, проходящее чрезъ вершину (замокъ) свода, выразится чертежемъ, фиг. 117.

Двумя плоскостями AB и CD, нормальными къ шелыгѣ свода, выдѣлимъ элементарный сводъ $CDEF$, фиг. 118; сѣкущія плоскости AB и CD, фиг. 117, пусть расположатся симметрично относительно наружнаго рельса и разстояніе между ними равно 1 метру.

Въ каждомъ продольномъ сѣченіи свода, фиг. 117, дав-

ленiе балласта, шпалъ и рельсовъ распредѣлится равномѣрно по наружной производящей EF. Давленіе же колесъ паровоза будетъ передаваться своду посредствомъ рельсовъ, шпалъ и балласта на какую-нибудь площадь FE, фиг. 117, по нѣкоторому закону, въ зависимости, главнымъ образомъ, отъ качествъ и толщины балласта. Въ виду этой неопредѣленности, будемъ разсматривать давленіе колесъ паровоза на сводъ какъ грузы сосредоточенные, приложенные въ точкахъ касанія колесъ съ рельсами.

Разстояніе между осями шпалъ можно принять въ среднемъ. . . . . 0,63 метра.

Вѣсъ шпалы сосновой выразится:

$$\frac{3{,}14 . 0{,}16^2}{4} . 2 . 74 . 800 = \quad 38{,}4 \text{ килогр.}$$

Вѣсъ 1 пог. метра рельса . . . . 31 килогр.

Вѣсъ скрѣпленія . . . . 4 килогр.

Вѣсъ участка пути, соотвѣтствующаго одной шпалѣ, выразится:

$$38{,}4 \text{ килогр.} + 2 . (31 + 4) . 0{,}63 = 82{,}5 \text{ килогр.}$$

Вѣсъ балласта, вытѣсняемаго шпалой:

$$\frac{3{,}14 . 0{,}16^2}{4} . 2{,}74 . 2000 = 87{,}7 \text{ килогр.}$$

Слѣдовательно можно считать, что вѣсъ шпалъ и рельсовъ равенъ вѣсу балласта, вытѣсняемаго шпалами. Поэтому приведенная нагрузка отъ верхняго строенія пути, т. е. вѣсъ балласта, шпалъ и рельсовъ, выразится грузовою площадью $ABCD$, фиг. 118. Давленія же колесъ паровоза представятъ векторы P_{I}, P_{II} и P_{III}, равныя 6 тоннъ каждый.

Раздѣлимъ среднюю линію $a\,a_1\ a_2 \ldots a_8 \ldots a_{16}\ a^1$ выдѣленнаго элементарнаго свода, фиг. 118, на 16 равныхъ частей. Чрезъ точки дѣленій проведемъ линіи швовъ, раздѣляющія сводъ на 16 клиньевъ. Точку пересѣченія a средней линіи съ лѣвою пятой примемъ за начало координатъ, прямыя aa', и $a\,Y$—за оси X-овъ и Y-овъ; ординаты центровъ клиньевъ (точекъ a_1, a_2, a_3 ... a_{16}, a^1) назовемъ чрезъ y_1, y_2, y_3, ... y_{16}, y^1.

Чрезъ точки d_1, d_2, d_3, ... d_8 проведемъ вертикальныя

прямыя до пересѣченія съ прямой AC, ограничивающей грузовую площадь.

Силы, дѣйствующія на любой клинъ $d_3\ d_3^1\ d_4^1\ d_4$, слѣдующія:

1) собственный вѣсъ клина—p;

2) вѣсъ соотвѣтствующей части балласта, шпалъ и рельсовъ—p^1, пропорціональный площади трапеціи $d_3\ d_4\ e_3\ e_4$, и

3) давленіе колеса паровоза $P_{II} = 6$ тоннъ.

Въ прилагаемой таблицѣ № V вычислены величины p и p^1 для всѣхъ клиньевъ свода; въ таблицѣ № VI опредѣлены точки приложенія равнодѣйствующихъ P этихъ силъ p и p^1.

Таблица № V.

№ клина.	Силы, дѣйствующія на клинъ.		
	Вѣсъ верхняго строенія. p въ тоннахъ.	Вѣсъ клина свода p^1 въ тоннахъ.	Равнодѣйствующая $P=(p+p^1)$.
1	2.2,300.0,455 = 2,093	2.0,900.0,560 = 1,008	3,101
2	2.1,925.0,485 = 1,867		2,875
3	2.1,600.0,520 = 1,664		2,672
4	2.1,325.0,550 = 1,457		2,465
5	2.1,100.0,577 = 1,269		2,277
6	2.0,930.0,590 = 1,097		2,105
7	2.0,815.0,595 = 0,970		1,978
8	2.0,758.0,600 = 0,910		1,918
		$P = \Sigma P =$	19,391

Таблица № VI.

№ клина.	$\frac{px + p^1x^1}{P}$		Абсцисы X въ метрахъ.
1	$\frac{2,093.0,080+1,008.0,212}{3,101}$	=	+ 0,015
2	$\frac{1,867.0,395+1,008.0,655}{2,875}$	=	0,486
3	$\frac{1,664.0,912+1,008.1,130}{2,672}$	=	0,994
4	$\frac{1,457.1,450+1,008.1,632}{2,465}$	=	1,524
5	$\frac{1,269.2,005+1,008.2,145}{2,277}$	=	2,067
6	$\frac{1,097.2,587+1,008.2,687}{2,105}$	=	2,635
7	$\frac{0,970.3,180+1,008.3,242}{1,978}$	=	3,212
8	$\frac{0,910.3,778+1,008.3,795}{1,918}$	=	3,787

Распредѣливъ силы P и P_1, P_{II} и P_{III}, дѣйствующія на сводъ, по горизонтальной линіи OO^1 фиг. 118, отложимъ по вертикальной прямой AB, фиг. 119, эти силы въ послѣдовательномъ порядкѣ, начиная отъ правой опоры.

При произвольномъ полюсномъ разстояніи Om=20 тоннъ построимъ веревочный многоугольникъ $c\ c_1\ c_2 \ldots c_8 \ldots c_{16}\ c^1$, фиг. 120.

Если допустить шарниры въ пятахъ, то замыкающая этого произвольнаго веревочнаго многоугольника должна пройти чрезъ точки c и c^1, и вертикальныя реакціи опоръ можно получить проведя чрезъ полюсъ O, фиг. 119, прямую OM параллельно замыкающей cc^1 до пересѣченія съ линіей силъ AB въ точкѣ M; тогда MA выразитъ вертикальную реакцію въ точкѣ a^1 и отрѣзокъ BM—ту же реакцію лѣвой опоры a.

Въ сводѣ, разсматриваемомъ какъ упругая арка съ закрѣпленными опорами, получится нѣкоторая другая замыкающая kk^1, фиг. 120. Если допустить, что произвольный веревочный многоугольникъ $c\ c_1\ c_2\ ..\ c_8\ ...\ c_{16}\ c^1$ выражаетъ кривую давленій свода, то для его равновѣсія надо удовлетворить слѣдующимъ тремъ условіямъ:

$$\text{I.}\ \begin{cases} \Sigma\ (ak) = 0 \\ \Sigma\ (ak\ .\ x) = 0 \end{cases}$$

$$\text{II.}\ \begin{cases} \Sigma\ (ck) = 0 \\ \Sigma\ (ck\ .\ x)\ 0 \end{cases}$$

$$\text{III.}\quad \Sigma\ (ck - ak)\ .\ y = 0.$$

При этомъ начало координатъ предполагается въ точкѣ 0.

При данной дугѣ свода $a\ a_1\ a_2\ ..\ a_8\ ...\ a_{16}\ a^1$. фиг. 118, первому условію всегда можно удовлетворить, проведя замыкающую kk^1 параллельно aa^1, въ разстояніи ak, равнымъ средней ордонатѣ.

Въ 1-мъ столбцѣ таблицы № VII приведены значенія всѣхъ ордонатъ и ихъ сумма для каждой половины дуги свода;

$$ak = \frac{\Sigma\,(y)}{8} = \frac{8{,}595}{8} = 1{,}074 \text{ метра.}$$

Для удовлетворенія II-му условію:

$$\begin{cases} \Sigma\ (ck) = 0 \\ \Sigma\ (ck\ .\ x) = 0. \end{cases}$$

замѣтимъ, что каждая изъ ордонатъ

$$ck = bc - bk,$$

фиг. 120, поэтому II-е условіе приводится къ двумъ слѣдующимъ:

$$1)\ \Sigma\ (bc - bk) = 0$$

$$2)\ \Sigma\ (bc - bk)\ .\ x = 0, \text{ или}$$

$$\Sigma\ (bc) = \Sigma\ (bk) \text{ и} \quad \ldots\ldots \quad (c)$$

$$\Sigma\ (bc\ .\ x) = \Sigma\ (bk\ .\ x) \quad \ldots\ldots \quad (d)$$

Допустимъ, что

$$\Sigma\ (bc) = \Sigma\ (bk) = R.$$

Если будемъ разсматривать отрѣзки bc и bk какъ нѣкоторыя силы и назовемъ чрезъ X_0 и X_0^1 разстояніе ихъ

равнодѣйствующихъ отъ начала координатъ, то изъ уравненія (d) получимъ

$$X_0 \cdot \Sigma (bc) = X_0' \, \Sigma (bk), \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (e)$$

такъ какъ моментъ равнодѣйствующей равенъ суммѣ моментовъ силъ составляющихъ.

Принимая во вниманіе уравненіе (c), получимъ изъ уравненія (e) $X_0 = X_0^1$, т. е. для удовлетворенія основнымъ условіямъ:

$$\Sigma (ck) = 0 \text{ и}$$
$$\Sigma (ck\ x.) = 0$$

прямая kk^1 должна расположиться такъ, чтобы равнодѣйствующая $R = \Sigma (bc)$ равнялась по величинѣ равнодѣйствующей $\Sigma (bk)$ и совпала съ ней по направленію, такъ какъ $X_0 = X_0^1$.

Величина R опредѣлится простымъ суммированіемъ, фиг. 120:

R=0,325+0,852+1,350+1,800+2,075+2,295+2,385+ + 2,342 + 2,242 + 2,092 + 1,900 + 1,640 + 1,328 + 0,750+ +0,715+0,150=24,241 метра.

Положеніе ея опредѣлимъ графически. Для удобства построенія начертимъ при произвольномъ полюсномъ разстояніи, фиг. 121 $O_1A_1 = O_1A_2$ многоугольникъ силъ O_1A_1B и $O_1A_2B_2$, отложивъ въ меньшемъ масштабѣ по вертикальной прямой A_1B_1 въ послѣдовательномъ порядкѣ первыя 8 ординатъ b_8c_8, b_7c_7 ..... b_1c_1, и по прямой A_2B_2 — слѣдующія 8 ординатъ b_9c_9, $b_{10}c_{10}$ .... $b_{16}c_{16}$. Построимъ затѣмъ веревочный многоугольникъ $d\ d_1 d_2 \ldots d_{16} d^1$, фиг. 121; точка пересѣченія r крайнихъ его лучей опредѣлитъ положеніе равнодѣйствующей R.

Послѣ этого проведемъ сѣкущую c^1k, фиг. 120, раздѣляющую каждую изъ ординатъ bk на двѣ части: bn и nk.

Назовемъ равнодѣйствующія всѣхъ ординатъ nb и nk чрезъ T и T_1, т. е. допустимъ:

$$\Sigma (bn) = T$$
$$\Sigma (nk) = T_1.$$

Такъ какъ $\Sigma\ (bn) + \Sigma\ (nk) = \Sigma\ (bk)$, фиг. 120,

$$\Sigma\ (bk) = \Sigma\ (bc) = R,$$

то, слѣдовательно, можно разсматривать R какъ равнодѣйствующую параллельныхъ силъ T и T_1.

Величины $T = \Sigma\ (bn)$ и $T_1 = \Sigma\ (nk)$ получатся простымъ суммированіемъ:

$T = \Sigma\ (bn) = 1{,}750 + 1{,}652 + 1{,}552 + 1{,}440 + 1{,}325 + 1{,}210 + 1{,}085 + 0{,}962 + 0{,}837 + 0{,}712 + 0{,}590 + 0{,}475 + 0{,}350 + 0{,}240 + 0{,}135 + 0{,}040 = 14{,}355.$

$T_1\ \Sigma = (nk) = 0{,}018 + 0{,}070 + 0{,}175 + 0{,}227 + 0{,}282 + 0{,}350 + 0{,}405 + 0{,}470 + 0{,}530 + 0{,}590 \div 0{,}645 + 0{,}705 + 0{,}755 + 0{,}812 + 0{,}860 = 7{,}014.$

Положеніе T можно опредѣлить такимъ же построеніемъ какъ и для R, продолживъ до пересѣченія крайніе лучи веревочнаго многоугольника $ff_1f_2 \ldots f_{16}f^1$, фиг. 121, построеннаго по многоугольнику силъ O_2CD и $O_2C_1D_1$, въ которомъ $O_2C = O_2C_1$. Получивъ такимъ образомъ точку t, опредѣлимъ T какъ по величинѣ, такъ и по положенію.

Выше было доказано, что при вращеніи замыкающей kk^1 около точки k положеніе T и T_1 не мѣняется; если kk^1, вращаясь около точки k, сдѣлается параллельной cc^1, фиг. 120, то при симметричности ордонатъ bk относительно средней линіи MN : $T = T_1$ и будутъ одинаково удалены отъ вертикали MN.

Такимъ образомъ, при произвольной замыкающей kk^1 можно опредѣлить положеніе и величину составляющихъ T и T_1.

Если прямая kk^1—искомая замыкающая, то для удовлетворенія условіямъ:

$$\begin{cases} \Sigma\ (ck) = 0 \\ \Sigma\ (ck\,.\,x) = 0, \text{ или} \end{cases}$$
$$\begin{cases} \Sigma\ (bc) = \Sigma\ (bk) \\ \Sigma\ (bc\,.\,x) = \Sigma\ (bk\,.\,x) \end{cases}$$

равнодѣйствующая силъ T и T_1 должна равняться $R = \Sigma\ (bc)$.

Съ другой стороны, если назовемъ чрезъ l и l_1 разстоя-

нія отъ R до T и T_1, то величины T и T_1 опредѣлятся слѣдующими уравненіями:

$$T = R\frac{l_1}{l+l_1}$$
$$T = R\frac{l_1}{l+l_1}, \text{ гдѣ}$$

$R = \Sigma\ (bc) = 24{,}241.$
$l = 1{,}205.$
$l_1 = 1{,}710$, фиг. 121.

Подставляя эти значенія, получимъ

$$T = \frac{24{,}241\ 1{,}710}{2{,}915} = 14{,}220.$$
$$T_1 = \frac{24{,}241.1{,}205}{2{,}915} = 10{,}021.$$

При положеніи замыкающей kk^1, взятомъ въ фиг. 120, было опредѣлено:

$$T = \Sigma\ (nb) = 14{,}355$$
$$T_1 = \Sigma\ (nk) = 7{,}014.$$

Поэтому замыкающая kk^1 не удовлетворяетъ требуемымъ условіямъ. Для полученія дѣйствительной замыкающей mm^1, фиг. 120, надо измѣнить отрѣзки ck и c^1k^1 на cm и c^1m^1 такъ, чтобы

$$\frac{ck}{cm} = \frac{14{,}355}{14{,}220}, \text{ откуда}$$
$$cm = \frac{1{,}800.14{,}220}{14{,}355} = 1{,}783.$$
$$\frac{c^1k^1}{c^1m^1} = \frac{7{,}014}{10{,}021}, \text{ откуда}$$
$$c^1m^1 = \frac{0{,}875.10{,}021}{7{,}014} = 1{,}250.$$

Соединивъ точки m и m^1, получимъ замыкающую mm^1, удовлетворяющую условіямъ:

$$\Sigma\ (cm) = 0$$
$$\Sigma\ (cm\ .\ x) = 0.$$

Для удовлетворенія III-му условію равновѣсія:

$$\Sigma\ (cm\ .\ y) = \Sigma\ (ak\ .\ y) \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (f)$$

служатъ данныя 5-го и 6-го столбца таблицы VII:

$$\Sigma\ (ax\ .\ y) = +\ 3{,}748$$
$$\Sigma\ (cm\ .\ y) = +\ 5{,}435.$$

Чтобы получить требуемое равенство (f), необходимо увеличить полюсное разстояніе $H = 20$ тон. произвольнаго веревочнаго многоугольника $cc_1c_2\ .\ .\ .\ c_{16}\ c^1$, фиг. 120, на столько, чтобы отношеніе новаго, дѣйствительнаго горизонтальнаго распора H_x къ произвольному H равнялось отношенію

$$\frac{\Sigma\ (cm\ .\ y)}{\Sigma\ (ak\ .\ y)} = \frac{5{,}435}{3{,}748},\ \text{т. е.}$$

$$\frac{H_x}{H} = \frac{H_x}{20} = \frac{5{,}435}{3{,}748};\ \text{отсюда}$$

$$H_x = \frac{20.5{,}435}{3{,}748} = 29{,}002\ \text{тон.}$$

Такимъ образомъ, для удовлетворенія всѣмъ тремъ условіямъ равновѣсія:

$$\text{I.}\ \begin{cases} \Sigma\ (ak) = 0 \\ \Sigma\ (ak\ .\ x) = 0 \end{cases}$$
$$\text{II.}\ \begin{cases} \Sigma\ (cm) = 0 \\ \Sigma\ (cm\ .\ x) = 0 \end{cases}$$
$$\text{III.}\quad \Sigma\ (cm\ .\ y) - \Sigma\ (ak\ .\ y) = 0$$

необходимо преобразовать произвольный веревочный многоугольникъ $cc_1\ .\ .\ .\ c_8\ .\ .\ .\ c_{16}\ c^1$, фиг. 120, такъ, чтобы его полюсное разстояніе H_x равнялось 29,002 тон. и замыкающая mm^1 совпала съ замыкающей kk^1, фиг. 118, удовлетворяющей условію

$$\Sigma\ (ak) = 0\ \text{и}$$
$$\Sigma\ (ak\ .\ x) = 0.$$

Для этого чрезъ произвольный полюсъ O, фиг. 119, проведемъ прямую OM_1 параллельно замыкающей mm^1, фиг. 120, до пересѣченія съ линіей силъ AB въ точкѣ M_1; тогда M_1A и BM_1 выразятъ вертикальныя реакціи опоръ свода, разсматриваемаго какъ упругая арка съ закрѣпленными опорами. Величина этихъ реакцій не зависитъ отъ положенія полюса; поэтому, проведя чрезъ точку M_1, фиг. 119, прямую MO_x параллельно замыкающей kk^1, фиг. 118, и отложивъ $M_1O_x = H_x = 29{,}002$ тон., получимъ искомый полюсъ O_x.

Для построенія дѣйствительной кривой давленій необходимо опредѣлить еще одну изъ ея точекъ. Отношеніе любой ординаты $c^1{}_6 k_6$ кривой давленій, фиг. 118, къ прежней ординатѣ $c_6 m_6$ произвольнаго веревочнаго многоугольника, фиг. 120, равно обратному отношенію полюсныхъ разстояній, т. е.

$$\frac{c^1{}_6 k_6}{c_6 m_6} = \frac{H}{H_x} = \frac{20}{29{,}002} = 0{,}691,$$

или:

$$c^1{}_6 k_6 = 0{,}691 \,.\, c_6 m_6 = 0{,}691 . 0{,}680 = +\ 0{,}468.$$

Отложивъ отъ точки k_6 кверху отъ замыкающей kk^1 отрѣзокъ $c^1{}_6 k_6 = 0{,}468$ метра, получимъ точку $c^1{}_6$, лежащую на дѣйствительной кривой давленій.

Послѣ этого, пользуясь новымъ многоугольникомъ силъ $O_x\ AB$, фиг. 119, можно построить дѣйствительную кривую давленій $c\ c^1{}_1 c^1{}_2 \ldots c^1{}_{16} c^1{}_1$.

Значенія всѣхъ ординатъ ея приведены въ 8-мъ столбцѣ таблицы № VII.

Таблица № VII.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
№ шва.	y	ak	cm	$ak.y$	$cm.y$	$\frac{c^1k}{cm}$	c^1k	$(c^1k-y)=v$
Лѣвая опора. 0	0	— 1,074	— 1,783	0	0		— 1,231	— 0,157
1	0,187	— 0,886	— 1,500	— 0,166	— 0,280		— 1,035	— 0,119
2	0,535	— 0,543	— 0,900	— 0,290	— 0,481		— 0,622	— 0,078
3	0,840	— 0,238	— 0,375	— 0,200	— 0,315		— 0,259	— 0,021
4	1,092	+ 0,021	+ 0,112	+ 0,023	+ 0,122		+ 0,077	+ 0,056
5	1,302	+ 0,220	+ 0,425	+ 0,298	+ 0,553		+ 0,294	+ 0,065
6	1,457	+ 0,387	+ 0,680	+ 0,564	+ 0,991	0,691	+ 0,469	+ 0,082
7	1,565	+ 0,489	+ 0,805	+ 0,765	+ 1,260		+ 0,556	+ 0,067
8	1,617	+ 0,544	+ 0,800	+ 0,880	+ 1,293		+ 0,553	+ 0,009
9	1,617	+ 0,544	+ 0,737	+ 0,880	+ 1,192		+ 0,509	— 0,035
10	1,565	+ 0,489	+ 0,625	+ 0,765	+ 0,978		+ 0,432	— 0,057
11	1,457	+ 0,387	+ 0,468	+ 0,564	+ 0,682		+ 0,323	— 0,064
12	1,302	+ 0,229	+ 0,245	+ 0,298	+ 0,319		+ 0,169	— 0,060
13	1,092	+ 0,021	— 0,025	+ 0,023	— 0,027		— 0,017	— 0,038
14	0,840	— 0,238	— 0,340	— 0,200	— 0,286		— 0,235	+ 0,003
15	0,535	— 0,543	— 0,682	— 0,290	— 0,365		— 0,471	+ 0,072
16	0,187	— 0,886	— 1,075	— 0,166	— 0,201		— 0 742	+ 0,142
Σ	17,190		± 0,000	+ 3,748	+ 5,435		+ 0,001	— 0,006
Правая опора. 0	0	— 1,674	— 1,250	0	0		— 0,864	+ 0,210

Положеніе кривой давленій относительно средней дуги свода опредѣлится разностью, $(c^1k — ak) = v$, значеніе которой приведено въ 9-мъ столбцѣ той же таблицы.

Для правильности разсчета сумма $\Sigma(v)$ должна приближаться къ нулю; въ данномъ случаѣ

$$\Sigma(v) = — 0{,}006 \text{ метра.}$$

Такимъ образомъ, кривая давленій въ лѣвой опорѣ пройдетъ на (— 0,157 метра) ниже центра пяты и въ правой— на (+ 0,210 метра) выше центра правой пяты.

Реакціи опоръ выразятся крайними лучами многоугольника силъ, фиг. 119:

$$1)\ O_x B = 45{,}720 \text{ тон. и}$$
$$2)\ O_x A = 36{,}200 \text{ тон.}$$

2) Если разсматривать сводъ при данныхъ условіяхъ какъ упругую арку съ шарнирами въ опорахъ, то кривая давленій должна пройти чрезъ центры пятовыхъ швовъ.

Если поэтому при томъ же произвольномъ полюсѣ O, фиг. 119, построимъ веревочный многоугольникъ $cc_1c_2 \ldots c_{16}c^1$ и примемъ его за кривую давленій, то замыкающая ея cc^1 пройдетъ чрезъ точки c и c^1. Вертикальныя реакціи опоръ получатся, если чрезъ полюсъ O, фиг. 119, проведемъ прямую OM параллельно замыкающей cc^1 до пересѣченія съ линіей силъ AB въ точкѣ M; тогда реакція правой опоры a^1 равна отрѣзку MA, лѣвой — BM, т. е. реакціи опоръ свода выразятся такъ же какъ и вертикальныя реакціи силъ, приложенныхъ къ нѣкоторой балкѣ, свободно лежащей на тѣхъ же опорахъ a и a^1.

Въ сводѣ, разсматриваемомъ какъ упругая арка съ закрѣпленными точками опоры, вертикальныя реакціи, какъ пояснено выше, выразятся отрѣзками M_1A и BM_1 при другой замыкающей mm^1, фиг. 120 и 119.

Въ сводѣ, разсматриваемомъ какъ упругая арка съ шарнирами въ опорахъ a и a^1, давленіе въ пятахъ распредѣлится равномѣрно по всему шву; въ сводѣ же съ закрѣпленными точками опоры, фиг. 118, кривая давленій пересѣчетъ пятовые швы въ точкахъ p и p^1, причемъ

$$ap = 0{,}10 \text{ метра}$$
$$a^1p^1 = 0{,}185 \text{ метра;}$$

вслѣдствіе чего въ пятахъ явятся вращающіе моменты: $M = H \,.\, v$ и $M^1 = H v^1$, гдѣ H или горизонтальный распоръ равенъ 29,002 тоннъ, а v и v^1—вертикальныя разстоянія отъ пятовыхъ швовъ до кривой давленій:

$$v = (-0{,}157 \text{ метра}) \text{ и } v^1 = +0{,}210 \text{ метра}.$$

Слѣдовательно условія, въ которыхъ находится сводъ при двухъ подобныхъ предположеніяхъ, совершенно различны.

Положеніе кривой давленій при допущеніи шарнировъ въ пятахъ опредѣлится подобно примѣру съ нагрузкой симметричной.

Построивъ произвольный веревочный многоугольникъ $cc_1c_2 \ldots c_{16}c^1$, фиг. 120, получимъ слѣдующія условія равновѣсія свода:

$$\Sigma\, M \,.\, y = 0, \text{ или}$$
$$\Sigma\, (cb - y) \,.\, y = 0, \text{ или}$$
$$\Sigma\, (cb \,.\, y) = \Sigma\, (y^2),$$

гдѣ cb—ордоната произвольнаго веревочнаго многоугольника, а y—ордоната соотвѣтствующей точки средней дуги свода.

Данныя для разсчета свода приведены въ таблицѣ №: VIII.

Таблица № VIII.

1	2	3	4	5	6	7	8
№ шва.	y	cb	y^2	$cb\,.\,y$	$\frac{c^1b}{cb}$	c^1b	$(c^1b-y)=v$
0	0	0	0	0		0	0
1	0,187	0,325	0,035	0,061		0,228	+ 0,041
2	0,535	0,845	0,286	0,452		0,594	+ 0,059
3	0,840	1,338	0.706	1,124		0,941	+ 0,101
4	1,092	1,800	1,192	1,965		1,265	+ 0,173
5	1,302	2,075	1,695	2,702		1,459	+ 0,157
6	1,457	2,295	2,123	3,344		1,613	+ 0,156
7	1,565	2,382	2,449	3,728		1,674	+ 0,109
8	1,617	2,340	2,615	3,784	0,703	1,645	+ 0,028
9	1,617	2,242	2,615	3,625		1,576	— 0,041
10	1,565	2,092	2,449	3,274		1,471	— 0,094
11	1,457	1,895	2,123	2,761		1,332	— 0,125
12	1,302	1,630	1,695	2,122		1,146	— 0,156
13	1,092	1,330	1,192	1,452		0,935	— 0,157
14	0,840	0,988	0,706	0,830		0,695	— 0,145
15	0,535	0,605	0,286	0,324		0,425	— 0,110
16	0,187	0,187	0,035	0,035		0,131	— 0,056
0	0	0	0	0		0	0
		Σ	22,202	31,583			

Изъ 4-го и 5-го столбца этой таблицы получимъ:

$$\Sigma\,(y)^2 = 22{,}202 \text{ и}$$
$$\Sigma\,(cb.y) = 31{,}583.$$

Дѣйствительный горизонтальный распоръ H_x опредѣлится изъ уравненія

$$\frac{H}{H_x^1} = \frac{22{,}202}{31{,}583}, \text{ откуда}$$

$$H_x^1 = \frac{20.31{,}583}{22{,}202} = 28{,}452 \text{ тон.}$$

Положеніе кривой давленій относительно средней линіи выразится разностью $(c^1b-y)=v$, или данными 8-го столбца, показывающими, что въ лѣвой половинѣ свода кривая давленій расположится выше средней линіи (см. пунктиръ фиг. 118), а въ правой—ниже ея, т. е. совершенно иначе чѣмъ въ сводѣ съ закрѣпленными опорами (см. таблицу № VII; графа 9-я). Вслѣдствіе этого и напряженія въ кладкѣ свода будутъ въ обоихъ случаяхъ различны.

Разность горизонтальныхъ распоровъ на 1 метръ длины свода выразится:

$H - H^1_x = 29{,}002$ тон. $- 28{,}452$ тон. $= 0{,}55$ тон.

Наибольшее напряженіе въ лѣвой пятѣ для свода съ закрѣпленными опорами

$$f=\frac{1}{100.d}\left(T+\frac{6\,H.v}{d}\right),$$

гдѣ d—толщина свода=90 сантим.;

T—нормальная составляющая реакціи лѣвой опоры, равная 45,400 тон.;

H—горизонтальный распоръ=29,002 тон. и

v—вертикальное разстояніе отъ центра разсматриваемаго шва до кривой давленій, равное 15,7 сантим.

Подставляя эти значенія, получимъ

$$f \quad \frac{1}{100.90}\left(45400+\frac{6.29002.15{,}7}{90}\right)=8{,}4 \text{ килогр. на кв. сант.}$$

Въ правой пятѣ

$$f_1=\frac{1}{100.90}\left(35850+\frac{6.29002.21}{90}\right)= \text{ килогр. на кв. сант.}$$

При допущеніи шарнировъ въ опорахъ получимъ напряженія:

въ лѣвой пятѣ: $f_2=\frac{43500}{100.90}=$ килогр. на кв. сант.

въ правой: $f_3=\frac{36050}{100.90}=$ килогр. на кв. сант.

Такимъ образомъ ясно видна разница въ распредѣленіи напряженій въ кладкѣ свода, разсматриваемаго какъ упругая арка съ закрѣпленными точками опоры, или съ шарнирами въ пятахъ.

Величины ординатъ дѣйствительной кривой давленій и горизонтальный распоръ можно опредѣлить графически, фиг. 122, отложивъ въ масштабѣ силъ отрѣзокъ $mc = H = 20$ и отрѣзки $mA = \Sigma(ak \,.\, y) = 3{,}748$ и $mB = \Sigma(cm \,.\, y) = 5{,}435$ въ масштабѣ принятомъ для линій. Проведя чрезъ точку C прямую CD параллельно прямой AB, получимъ $mD = H_x = 29{,}002$ тон., что слѣдуетъ изъ подобія треугольниковъ mAB и mCD, въ которыхъ $\frac{H_x}{H} = \frac{\Sigma(cm \,.\, y)}{\Sigma(ak \,.\, y)}$.

Отложивъ затѣмъ отрѣзокъ mc_5 равный ординатѣ m_5c_5 произвольнаго веревочнаго многоугольника и проведя прямую $c_5c^1{}_5$ параллельно прямой CD, получимъ отрѣзокъ $mc^1{}_5$, равный искомой ординатѣ кривой давленій $c^1{}_5m$, такъ какъ $\frac{mc^1{}_5}{mc_5} = \frac{H}{H_x}$.

Вліяніе температуры и деформаціи опоръ на прочность сводовъ.

Перемѣна температуры измѣняетъ длину средней дуги свода. Незыблемыя опоры сопротивляются всякому измѣненію пролета; поэтому при удлиненіи дуги свода отъ повышенія температуры опоры испытываютъ большій горизонтальный распоръ, производя въ свою очередь обратное давленіе на пяты свода. При этомъ перемѣны температуры не могутъ измѣнить вертикальныхъ реакцій опоръ, такъ какъ всѣ вертикальныя силы, выражающія вѣсъ свода и нагрузки, постоянны и не зависятъ отъ температуры. Поэтому измѣненія температуры могутъ вызвать только нѣкоторый дополнительный горизонтальный распоръ H_t.

Въ упругой аркѣ съ шарнирами въ опорахъ при повышеніи температуры являются горизонтальныя реакціи опоръ, направленныя внутрь, къ срединѣ свода, фиг. 123. Средняя дуга свода ACB удлиняется, и свободно вращаясь въ точкахъ A и B, стремится быть объемлющей AC^1B относительно первоначальной дуги ACB.

Въ упругой аркѣ съ закрѣпленными концами вращенія въ пятахъ быть не можетъ; поэтому при удлиненіи дуги въ

пятахъ является нѣкоторое сопротивленіе вращенію, направленіе котораго обозначено на фиг. 123 стрѣлками.

Если вообразимъ симметричный цилиндрическій сводъ съ среднею линіей $aa_1a_2 \ldots a_8a^1$, фиг. 124, то при повышеніи температуры въ пятѣ a явится нѣкоторый дополнительный горизонтальный распоръ Ht и пара силъ $Ht . ak$ съ плечемъ ak, стремящаяся произвести вращеніе слѣва направо (внутрь). Если правая половина свода находится въ такихъ же условіяхъ какъ и разсмотрѣнная лѣвая, то въ опорѣ a^1 явятся такая же горизонтальная сила Ht и пара силъ $Ht . a^1k^1$, направленная справа налѣво, т. е. къ срединѣ свода; при этомъ изъ равенства

$$Ht . ak = Ht . a^1k^1$$

слѣдуетъ, что

$$ak = a^1k^1,$$

т. е. прямая kk^1 будетъ параллельна прямой aa^1.

Въ упругой аркѣ съ закрѣпленными концами уголъ между касательными, проведенными къ средней дугѣ въ точкахъ a и a^1, долженъ быть постояннымъ (см. графическій способъ разсчета сводовъ), что̀ выражается условіемъ

$$\Sigma \Delta a = \Sigma \frac{M . s}{E . I} = 0,$$

или, при постоянныхъ s, E и I,

$$\Sigma M = 0,$$

т. е. сумма моментовъ всѣхъ внѣшнихъ силъ, взятыхъ относительно центровъ всѣхъ поперечныхъ сѣченій, должна равняться нулю.

Раздѣлимъ среднюю дугу полусвода на нѣсколько равныхъ частей, напримѣръ на 8, фиг. 124; чрезъ средины ихъ $a_1, a_2 \ldots a_8$ проведемъ ордонаты $y_1, y_2 \ldots y_8$, пересѣкающіяся съ прямой kk^1 въ точкахъ $k_1, k_2 \ldots k_8$ и съ прямой aa^1—въ точкахъ $b_1, b_2 \ldots b_8$.

Въ любой точкѣ a_2, не нарушая условій равновѣсія, можно вообразить двѣ противоположныя горизонтальныя силы, равныя Ht. Тогда въ точкѣ a_2 будетъ дѣйствовать

горизонтальная сила Ht, направленная къ срединѣ свода, и пара силъ $Ht \, . \, a_2 b_2$.

Моментъ M_2 всѣхъ силъ относительно точки a_2 выразится какъ разность моментовъ

$$Ht \, . \, ak - Ht \, . \, a_2 b_2 = Ht \, (ak - a_2 b_2) = Ht \, . \, a_2 k_2.$$

Такъ что вообще $M = Ht \, . \, ak.$,
и моментъ этотъ будетъ считаться положительнымъ, если отрѣзокъ ak расположенъ выше прямой kk^1, и отрицательнымъ, если ниже ея.

Для удовлетворенія условію $\Sigma M = \Sigma ak = 0$ всегда можно провести прямую kk^1 такъ, чтобы сумма отрѣзковъ Σak, расположенныхъ выше ея, равнялась суммѣ отрѣзковъ Σak, лежащихъ ниже этой прямой. Для этого, какъ указано выше, разстояніе между параллельными прямыми kk^1 и aa^1 должно равняться суммѣ всѣхъ ордонатъ $y_1 + y_2 + y_3 \ldots + y_n$ раздѣленной на число этихъ ордонатъ n.

Такимъ образомъ, въ любой точкѣ a_6, взятой на средней линіи свода, фиг. 124, явятся при повышеніи температуры: 1) дополнительный горизонтальный распоръ Ht, направленный къ срединѣ свода, и 2) пара силъ $Ht \, . \, a_6 k_6$.

Одновременно съ этимъ длина средней дуги свода ACB увеличится вслѣдствіе расширенія матеріала кладки, и потому при неподвижныхъ опорахъ A и B дуга AC^1B измѣнитъ свою кривизну, стремясь быть объемлющею относительно первоначальной кривой ACB; вслѣдствіе этого всѣ точки кривой $aa_1a_2 \ldots a_8$, фиг. 124, при повышеніи температуры стремятся перемѣститься внаружу.

Пара силъ $Ht \, . \, a_6 k_6$ въ любой точкѣ a_6 противодѣйствуетъ такому перемѣщенію точекъ и стремится произвести обратный изгибъ средней линіи свода, вращая любую точку a_6 около точки опоры a къ срединѣ свода.

Силу Ht, т. е. дополнительный горизонтальный распоръ, можно разложить на двѣ составляющія:

1) касательную Tt къ средней дугѣ свода въ разсматриваемой точкѣ, и

2) Nt — нормальную къ ней въ той же точкѣ.

Силы эти выразятъ дополнительныя силы, продольную и перерѣзывающую.

Придавъ ихъ къ силамъ T и N, являющимся при дѣйствіи нагрузки, можно получить полныя напряженія внутреннихъ силъ въ любомъ сѣченіи свода.

При пониженіи температуры всѣ дополнительныя силы H_t, T_t, N_t, и пары силъ $H_t . ak$ будутъ имѣть обратное направленіе.

И такъ, если обозначимъ чрезъ H_1 горизонтальный распоръ свода при нормальной температурѣ, а чрезъ H_t — дополнительный горизонтальный распоръ вслѣдствіе измѣненія температуры на t^0, то полный горизонтальный распоръ $H = H_1 + H_t$, причемъ плюсъ относится къ повышенію температуры, минусъ—къ пониженію.

Опредѣлимъ величину дополнительнаго горизонтальнаго распора H_t.

При повышеніи температуры на t^0 длина каждой элементарной дуги s средней линіи свода $aa_1a_2 \ldots a_8$, фиг. 124, увеличится на $\Delta s = s . \alpha . t$, гдѣ α—коэффиціентъ линейнаго расширенія матеріала свода. Горизонтальная проекція этого удлиненія Δs выразитъ соотвѣтствующее горизонтальное перемѣщеніе точки опоры a въ томъ случаѣ, если бы опоры a и a^1 не оказывали никакого сопротивленія измѣненію длины пролета. Поэтому сумма горизонтальныхъ проекцій

$h = \Sigma$ (гор. проек. Δs) $= \Sigma$ (гор. проек. $s . \alpha . t$) . . . (a)

представитъ виртуальное измѣненіе пролета, т. е. то воображаемое горизонтальное перемѣщеніе опоръ, которое возбудило бы въ кладкѣ свода тѣ же напряженія, какъ повышеніе температуры на t^0.

Изъ уравненія (a) $h = \Sigma$ (гор. проек. $s . \alpha . t$) получимъ

$$h = \alpha . t \; \Sigma \text{ (гор. проек. } s) = \alpha . t . L,$$

гдѣ L — горизонтальная проекція средней дуги свода $aa_1 a_2 \ldots a^1$, или разстояніе между центрами пятъ.

При изложеніи графическаго способа разсчета сводовъ было выведено условіе равновѣсія упругой арки съ закрѣпленными концами:

$$h = \frac{2s}{E . I} . \Sigma My \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

гдѣ h — горизонтальное перемѣщеніе точекъ опоръ,

s—длина элементарной дуги свода,

E и I коэффиціентъ упругости матеріала при сжатіи и моментъ инерціи поперечнаго сѣченія свода относительно средней линіи,

M — моментъ внѣшнихъ силъ относительно центра разсматриваемаго поперечнаго сѣченія,

y — ордоната средней точки дуги s.

ΣMy взято при симметричномъ сводѣ для одной половины его и выразится точно также и для другой.

Величины моментовъ M, какъ пояснено выше, выразятся для послѣдовательныхъ точекъ a_1 a_2, a_3 произведеніями

$$H_t . a_1 k_1, \ H_t . a_2 k_2 \text{ и т. д.}$$

Поэтому уравненіе . . (1) можно представить:

$$h_t = L . \alpha . t = \frac{2s}{E.I} . H_t \Sigma \ (ak . y) \quad . \ . \ . \qquad (2)$$

Если извѣстны величины

L, α, t, s, E, I и Σ $(ak. \ y)$, то изъ уравненія (2) можно опредѣлить H_t:

$$H_t = \frac{L . \alpha . t . E . I}{2s . \Sigma (ak . y)} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \qquad (3)$$

Сумму произведеній Σ $(ak. \ y)$ можно получить вычисленіемъ или слѣдующимъ графическимъ построеніемъ.

Для части дуги, расположенной ниже замыкающей kk_8, фиг. 125, опишемъ окружности, принимая за діаметры отрѣзки k_1 b_1, k_2 b_2 и т. д.; точки пересѣченій горизонтальныхъ прямыхъ, проведенныхъ чрезъ точки a_1, a_2 . . . , съ соотвѣтствующими окружностями опредѣлятъ отрѣзки a_1 d_1, a_2 d_2, a_3 d_3, которые будутъ средними пропорціональными между соотвѣтствующими отрѣзками:

$$a_1 \ b_1 \text{ и } a_1 \ k_1$$
$$a_2 \ b_2 \text{ и } a_2 \ k_2$$
$$a_3 \ b_3 \text{ и } a_3 \ k_3.$$

Выразивъ поэтому всѣ отрѣзки въ масштабѣ, принятомъ для дуги свода, получимъ

$$\left.\begin{array}{l}\overline{a_1d_1}^2 = a_1k_1 \cdot a_1b_1 \\ \overline{a_2d_2}^2 = a_2k_2 \cdot a_2b_2 \\ \overline{a_3d_3}^2 = a_3k_3 \cdot a_3b_3\end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (a)$$

Если отложимъ, фиг. 126, отрѣзокъ $a_1\ d_1$ и проведемъ перпендикуляръ къ нему $d_1\ d_2 = a_2\ d_2$, то изъ прямоугольнаго треугольника $a_1\ d_1\ d_2$ получимъ

$$\overline{a_1\ d}^2{}_2 = \overline{a_1\ d}^2{}_1 + \overline{d_1\ d}^2{}_2 \ ; \quad \ldots \ldots \quad (b)$$

если затѣмъ проведемъ къ гипотенузѣ $a_1\ d_2$ перпендикуляръ $d_2\ d_3 = a_3\ d_3$, то

$$\overline{a_1\ d}^2{}_3 = \overline{a_1\ d}^2{}_2 + \overline{d_2 d}^2{}_3 \quad \ldots \ldots \quad (c)$$

или, принимая во вниманіе уравненія (a), и (b), получимъ

$$\overline{a_1\ d}^2{}_3 = \overline{a_1\ d}^2{}_1 + \overline{d_1\ d}^2{}_2 + \overline{d_2\ d}^2{}_3 = a_1\ k_1 \cdot y_1 + a_2\ k_2 \cdot y_2 + \\ + a_3\ k_3 \cdot y_3,$$

слѣдовательно квадратъ отрѣзка $\overline{a_1\ d_3}^2$ выразитъ сумму отрицательныхъ произведеній $\left\{ - \Sigma\ (ak \cdot y \right\}$.

Перейдемъ теперь къ части дуги $a_4\ a_8$, расположенной выше замыкающей kk_8, фиг. 125.

Построимъ окружности на отрѣзкахъ $b_5\ a_5$, $b_6\ a_6$ и т. д. какъ на діаметрахъ и соединимъ точки a_5, a_6, a_7, a_8 съ d_5, d_6, d_7, d_8, т. е. съ точками пересѣченій этихъ окружностей съ замыкающею kk_8.

Сдѣлавъ такое же построеніе какъ для отрѣзковъ дуги aa_4, фиг. 127 черт. VIII,
получимъ

$$\overline{a_5\ d_8}^2 = \overline{a_5\ d_5}^2 + \overline{a_6\ d_6}^2 + \overline{a_7\ d_7}^2 + \overline{a_8\ d_8}^2 = \\ = a_5\ k_5 \cdot y_5 + a_6\ k_6 \cdot y_6 + a_7\ k_7 \cdot y_7 + a_8\ k_8 \cdot y_8.$$

Значитъ квадратъ отрѣзка $a_5\ d_8 \cdot \overline{a_5\ d_8}^2$ равенъ суммѣ положительныхъ произведеній $\left\{ + \Sigma\ (ak \cdot y) \right\}$.

Если поэтому построимъ на отрѣзкѣ $a_1\ d_3$, фиг. 126, прямоугольный треугольникъ $a_1\ d_3\ a_8$, гипотенуза котораго $a_1\ a_8 = a_5\ d_8$, то получимъ

$$\overline{d_3\ a_8}^2 = \overline{a_5\ d_8}^2 - \overline{a_1\ d_3}^2 = \Sigma\ (ak \cdot y),$$

т. е искомую сумму произведеній Σ $(ak \, . \, y)$, для всей дуги $a \; a_1 \; a_2 \; . \; . \; . \; a_8$, для чего надо выразить отрѣзокъ $d_3 \; a_8$ въ масштабѣ, принятомъ для дуги свода, и взять квадратъ полученнаго числа.

Такимъ образомъ, изъ уравненія (3) можно опредѣлить дополнительный горизонтальный распоръ H_t при измѣненіи температуры на t^0 относительно той температуры, при которой былъ возведенъ сводъ.

При повышеніи температуры, какъ пояснено выше, въ точкахъ опоры a и a^1 появятся: нѣкоторыя горизонтальныя силы H_t и пары силъ $H_t . ak$.

Опоры, сопротивляясь увеличенію пролета, произведутъ обратныя давленія на пяты свода H_t, направленныя къ срединѣ свода.

Подобныя же горизонтальныя силы H, направленныя къ срединѣ свода, являются въ пятахъ свода при уменьшеніи пролета, вслѣдствіе осадки или движенія опорныхъ стѣнъ.

Слѣдовательно повышеніе температуры аналогично съ уменьшеніемъ длины пролета.

При пониженіи температуры, или при аналогичномъ уменьшеніи длины дуги свода вслѣдствіе сжатія кладки, или, наконецъ, при дѣйствительномъ удлиненіи пролета отъ неправильной осадки опоръ, должны появиться въ точкахъ опоры a и a^1 дополнительныя горизонтальныя силы H_t, направленныя внаружу, и пары силъ $H_t . ak$ обратнаго знака сравнительно съ предъидущимъ случаемъ.

При выводѣ основныхъ условій равновѣсія сводовъ (см. графическій способъ разсчета сводовъ) не была принята во вниманіе касательная сила T, направленная по средней линіи свода. Производя продольное сжатіе, сила T уменьшаетъ длину дуги свода и вызываетъ въ кладкѣ однѣ упругія деформаціи, или же и остающіяся, какъ напримѣръ при раскружаливаніи сводовъ, когда растворъ не вполнѣ затвердѣлъ. Слѣдовательно, вообще говоря, дѣйствіе силы T аналогично съ пониженіемъ температуры.

Величина и направленіе силы T опредѣлятся для каждаго сѣченія свода соотвѣтственнымъ лучемъ многоугольника

силъ. Если допустимъ, что толщина свода d въ любомъ сѣченіи пропорціональна силѣ T, такъ что ея напряженіе f постоянно, то уменьшеніе длины Δs элементарной дуги s средней линіи выразится: $\Delta s = \frac{f}{E} \cdot s$, гдѣ E — коэффиціентъ упругости матеріала при сжатіи.

Сумма горизонтальныхъ проекцій Δs, взятыхъ по всей длинѣ средней линіи свода, выразится:

$$h = \Sigma \,(\text{гор. проек. } \Delta s) = \Sigma \left(\text{гор. проек.} \frac{f \cdot s}{E}\right), \text{ или}$$

$$h = \frac{f}{E} \Sigma \,(\text{гориз. проекцій } s) = \frac{f}{E} \cdot L,$$

гдѣ L—горизонтальная проекція дуги $aa_1 \ldots a_8\, a^1$, фиг. 124.

Выраженіе $h = \frac{f}{E} \cdot L$ представитъ виртуальное измѣненіе пролета, т. е. то воображаемое горизонтальное перемѣщеніе опоръ, которое возбудило бы въ кладкѣ свода тѣ же напряженія какъ продольная сила T.

Поэтому для опредѣленія дополнительнаго горизонтальнаго распора H_h, вызваннаго деформаціей свода подъ дѣйствіемъ силы T, можно примѣнить основное уравненіе

$$h_h = \frac{f \cdot L}{E} = \frac{2 \cdot s}{E \cdot I} \cdot \Sigma\, My = 2H_h \cdot s\, \Sigma\, \frac{ak \cdot y}{E \cdot I}.$$

При повышеніи температуры длина дуги увеличится, сила же T уменьшитъ ее; поэтому общее измѣненіе длины средней дуги свода эквивалентно измѣненію пролета на $(h_t - h_h)$, гдѣ h_t выражаетъ воображаемое горизонтальное перемѣщеніе опоръ при повышеніи температуры на t^0, а h_h представляетъ вліяніе силы T.

При пониженіи температуры длина средней линіи свода уменьшается; поэтому общее измѣненіе средней дуги свода выразится — $(h_t + h_h)$, и слѣдовательно наибольшій дополнительный распоръ $H_{(max)}$ получится при наибольшемъ пониженіи температуры и полной нагрузкѣ свода.

Для сокращенія построеній можно соединить уравненія, выражающія вліяніе температуры и продольной силы T:

$$\pm h_t = L \cdot \alpha \cdot t = \pm\, 2H_t\, \Sigma \left(\frac{ak \cdot y}{E \cdot I}\right) \cdot s \quad \ldots \quad (A)$$

$$-h_h = -\frac{fL}{E} = -2H_h \Sigma \left(\frac{ak \cdot y}{E.I}\right) s \quad \ldots\ldots \quad (B)$$

Полагая $H' = \pm H_t - H_h$, получимъ изъ уравненій (А) и (В):

$$\pm L \cdot a \cdot t - \frac{f.L}{E} = \pm 2H' \Sigma \left(\frac{ak \cdot y}{E \cdot I}\right) s, \quad \ldots \quad (C)$$

или

$$\pm L (E \cdot a \cdot t \mp f) = \pm 2H' \Sigma \left(\frac{ak \cdot y}{I}\right) s \quad \ldots \quad (D)$$

Знакъ плюсъ относится къ повышенію температуры, минусъ—къ пониженію.

Отсюда опредѣлится H^1—дополнительный горизонтальный распоръ, выражающій вліяніе измѣненій температуры и продольной силы T, а затѣмъ, какъ указано выше, легко вычислить дополнительныя напряженія въ любомъ сѣченіи свода.

Если толщина свода постоянна, то моментъ инерціи I можно вынести изъ подъ знака Σ; вмѣстѣ съ тѣмъ напряженіе f сдѣлается перемѣннымъ, такъ какъ сила T увеличивается отъ замка къ опорамъ, и если принять вмѣсто перемѣнной величины T ея среднее значеніе или наибольшее, то напряженіе f можно разсматривать какъ величину постоянную во всѣхъ сѣченіяхъ и, слѣдовательно, можно примѣнить формулу

$$\pm L (E \cdot a \cdot t \mp f) = \pm \frac{2H'.s}{I} \Sigma (ak \cdot y) \quad \ldots\ldots \quad (E)$$

При проектированіи свода можно принять во вниманіе нѣкоторыя перемѣщенія опоръ вслѣдствіе неправильной осадки или деформаціи.

Вліяніе горизонтальнаго перемѣщенія опоръ h опредѣлится по формулѣ (А).

Точно также дополнительный горизонтальный распоръ, вызванный вертикальнымъ перемѣщеніемъ опоръ (v), напримѣръ вслѣдствіе осадки, опредѣлится изъ основнаго уравненія, приведеннаго въ главѣ «Графическій способъ разсчета сводовъ»:

$$v = \Sigma \frac{M \cdot x \cdot s}{E \cdot I} = H_v \Sigma \frac{ak \cdot x \cdot s}{E \cdot I}, \quad \ldots\ldots \quad (F)$$

гдѣ M—моментъ внѣшнихъ силъ въ разсматриваемой точкѣ

s—длина элементарной дуги, x—абсцисса ея средней точки, E—коэффиціентъ упругости, I—моментъ инерціи разсматриваемаго сѣченія.

При большихъ пролетахъ и значительномъ коэффиціентѣ расширенія α матеріала свода дополнительныя напряженія при перемѣнѣ температуры должны быть приняты во вниманіе при разсчетѣ свода.

Коэффиціентъ расширенія бетона можно принять $\alpha = 0{,}000012$, и вообще онъ близокъ къ коэффиціенту расширенія желѣза. Чтобы избѣжать значительныхъ напряженій, которыя могли бы явиться при измѣненіи температуры, раскружаливаніи, деформаціи и осадкѣ опоръ сводовъ съ большими пролетами, въ Германіи принято возводить ихъ трехъ-шарнирными, какъ напримѣръ:

1) бетонный мостъ у Munderkingen'а (Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, 1894 г. стр. 908);

2) бетонный мостъ въ Imnau съ каменными шарнирами въ опорахъ и въ замкѣ изъ двухъ гранитныхъ плитъ толщиною 40—50 сант. Въ одной изъ плитъ сдѣлано цилиндрическое возвышеніе, а въ другой — соотвѣтствующее углубленіе, съ такимъ разсчетомъ, чтобы получался зазоръ шириною 5 милим., обезпечивающій подвижность въ этихъ шарнирахъ;

3) мостъ на Neckar'ѣ у Kirchheim'а (4 пролета по 38 метр.); для полученія опредѣленнаго положенія кривой давленій въ замкѣ и въ опорахъ уложены свинцовыя прокладки между плитами изъ песчаника;

4) мостъ на Дунаѣ у Insigkofen'а, $l=44$ метр.; для опредѣленнаго положенія кривой давленій и уменьшенія вліянія температуры сдѣланы чугунные шарниры въ замкѣ и у опоръ.

Коэффиціентъ расширенія α для камней естественныхъ можно принять около . . .	0,0000065
для кирпича обыкновеннаго.	$\alpha = 0{,}000035$
» » огнеупорнаго	$\alpha = 0{,}000005$
для известняка	$\alpha = 0{,}000008$

Наивыгоднѣйшая форма сводовъ.

Въ строительномъ отношеніи наивыгоднѣйшею формой свода будетъ та, для которой при данной нагрузкѣ и пролетѣ потребуется наименьшее количество матеріала.

Если вообразимъ, фиг. 129, поперечное сѣченіе какого-либо свода, выдѣленнаго двумя параллельными плоскостями, разстояніе между которыми равно единицѣ, то равнодѣйствующая всѣхъ силъ, приложенныхъ къ этому элементарному своду, выразится нѣкоторою кривой давленій, положеніе которой при данныхъ условіяхъ будетъ вполнѣ опредѣленнымъ. Точка приложенія и величина равнодѣйствующей R въ каждомъ сѣченіи mn, фиг. 129 и 130, точно также могутъ быть опредѣлены.

Разсматривая матеріалы сводовъ: кирпичъ, бетонъ, естественный камень и растворъ какъ тѣла упругія до извѣстнаго предѣла при дѣйствіи силъ сжимающихъ, необходимо допустить, что распредѣленіе внутреннихъ силъ, проявляющихся въ сѣченіи mn, подчинено извѣстной гипотезѣ Навье. Т. е., при совпаденіи точки приложенія равнодѣйствующей R съ центромъ O сѣченія mn, внутреннія силы распредѣлятся равномѣрно по всему сѣченію mn, такъ что, если обозначимъ чрезъ p напряженіе этихъ силъ, то законъ распредѣленія внутреннихъ силъ выразится графически прямою ab, фиг. 131, параллельной mn и проведенной въ разстояніи $mn = p$; при этомъ

$$R = p \cdot mn \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Если допустимъ, что наибольшее значеніе $p = p_{max}$ равно предѣлу прочнаго сопротивленія раздробленію для даннаго матеріала, то

$$R_{max} = p_{max} \cdot mn,$$

т. е. равно наибольшему допускаемому давленію, и слѣдовательно матеріалъ въ сѣченіи mn будетъ употребленъ наивыгоднѣйшимъ образомъ.

Всѣ промежуточныя положенія точки приложенія силы R, при которыхъ въ сѣченіи mn не проявляются растяги-

вающія внутреннія силы, заключены въ средней трети rr' прямой mn, фиг. 132.

Если сила R приложена между точками r и r', то законъ распредѣленія внутреннихъ силъ выразится нѣкоторою трапеціей $mabn$, фиг. 133.

При томъ же наибольшемъ допускаемомъ напряженіи $p_{max} = nb$, равнодѣйствующая R_1 будетъ равна площади этой трапеціи, т. е.

$$R_1 = \frac{ma + nb}{2} \cdot mn;$$

причемъ $\frac{ma + nb}{2} < nb$,

и слѣдовательно $R_1 < R$, т. е.

матеріалъ въ данномъ случаѣ употребленъ съ меньшею выгодой.

Если, наконецъ, сила R приложена въ одной изъ крайнихъ точекъ r и r' средней трети, то законъ распредѣленія внутреннихъ силъ выразится треугольникомъ mnb, фиг. 132, и при $nb = p_{max}$ будетъ

$$R_2 = p_{max} \cdot \frac{mn}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (2)$$

Сравнивая ур. (1) и (2), получимъ $R = 2R_2$, т. е. при томъ же количествѣ матеріала давленіе, допускаемое въ первомъ случаѣ, вдвое больше давленія, допускаемаго въ послѣднемъ случаѣ, и слѣдовательно при совпаденіи точки приложенія равнодѣйствующей R съ центромъ тяжести разсматриваемаго сѣченія матеріалъ будетъ примѣненъ вдвое выгоднѣе чѣмъ въ такомъ случаѣ, когда точка приложенія силы R_2 совпадаетъ съ одною изъ предѣльныхъ точекъ r или r'. Кромѣ того, если въ сѣченіи mn допустить однѣ сжимающія усилія, то $R_2 = R_{min}$.

Отсюда слѣдуетъ, что для наивыгоднѣйшаго распредѣленія матеріала въ кладкѣ свода необходимо, чтобы кривая давленій проходила чрезъ центры всѣхъ сѣченій mn, т. е. чтобы она совпадала съ среднею линіей поперечнаго сѣченія свода, фиг. 129.

При такомъ положеніи кривой давленій толщина свода въ любомъ сѣченіи mn опредѣлится въ зависимости отъ

равнодѣйствующей R всѣхъ внѣшнихъ силъ и предѣла прочнаго сопротивленія раздробленію даннаго матеріала—p

$$mn = \frac{R}{p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (3)$$

Если бы сопротивленіе раздробленію даннаго упругаго матеріала было безконечно большимъ, то изъ предъидущаго (3) уравненія слѣдуетъ, что

$$mn = \frac{R}{\infty} = 0,$$

т. е. при такомъ предположеніи, по мѣрѣ приближенія p къ безконечности, толщина свода mn стремится къ нулю, и сводъ превратится въ изогнутую безконечно-тонкую упругую пластинку, поперечное сѣченіе которой будетъ совпадать съ кривою давленій.

Переходя къ дѣйствительности, можно сдѣлать обратное заключеніе: во всякомъ упругомъ сводѣ незначительной толщины, въ которомъ кривая давленій совпадаетъ съ среднею линіей поперечнаго сѣченія, наивыгоднѣйшая форма свода выразится поперечнымъ сѣченіемъ безконечно-тонкой, упругой пластинки, подверженной дѣйствію тѣхъ же внѣшнихъ силъ. Т. е., для опредѣленія наивыгоднѣйшей формы свода при данной нагрузкѣ и пролетѣ, надо найти ту кривую, по которой расположится при тѣхъ же условіяхъ безконечно-тонкая упругая пластинка безпредѣльнаго сопротивленія раздробленію.

На практикѣ чаще всего встрѣчаются слѣдующія распредѣленія нагрузокъ:

I) Грузъ во всѣхъ точкахъ направленъ вертикально и распредѣленъ равномѣрно относительно горизонтальной линіи, проходящей чрезъ средины пятъ свода.

II) Давленіе на сводъ въ каждой точкѣ нормально и распредѣлено равномѣрно по средней линіи свода. Въ такихъ условіяхъ находятся, напримѣръ, стѣнки пустаго цилиндрическаго резервуара, фиг. 134 и 151, испытывающаго съ внѣшней стороны давленіе земли или воды. Каждому горизонтальному кольцу на единицу наружной поверхности соотвѣтствуетъ постоянное нормальное давленіе p, завися-

щее отъ глубины погруженія кольца относительно уровня воды или земли.

III) Давленія въ каждой точкѣ нормальны къ производящей свода и пропорціональны разстояніямъ отъ разсматриваемой точки до нѣкоторой горизонтальной линіи. Такой нагрузкѣ подвержены подводные своды, фиг. 135. Если прямая MN выражаетъ уровень воды, то давленіе p въ любой точкѣ (x, y) нормально къ наружной производящей и пропорціонально глубинѣ погруженія y.

IV) Вертикальное давленіе въ каждой точкѣ наружной производящей свода пропорціонально разстоянію до нѣкоторой прямой линіи; горизонтальное же давленіе меньше соотвѣтствующаго вертикальнаго, но отношеніе между этими давленіями постоянно для всѣхъ точекъ.

Какъ пояснено ниже, дѣйствію подобной системы силъ подвержены подземные своды, для которыхъ вертикальное давленіе V въ любой точкѣ (x, y), фиг. 136, пропорціонально разстоянію до уровня земли, т. е. ордонатѣ y; горизонтальное же давленіе H пропорціонально величинѣ $m. y$, гдѣ m—меньше единицы и постоянно для даннаго грунта.

Опредѣлимъ тѣ кривыя, по которымъ расположится упругая, безконечно-тонкая пластинка, подверженная дѣйствію перечисленныхъ нагрузокъ.

I) Допустимъ, что грузъ во всѣхъ точкахъ вертикаленъ и распредѣленъ равномѣрно относительно горизонтальной линіи AB, фиг. 137.

Пусть упругая, безконечно-тонкая пластинка образуетъ при такихъ условіяхъ нѣкоторую кривую AOB, фиг. 137. Въ любой точкѣ M или O, взятой на пластинкѣ, появятся нѣкоторыя внутреннія силы, которыя въ упругой пластинкѣ, способной сопротивляться однимъ сжимающимъ усиліямъ, непремѣнно направятся по касательнымъ въ этихъ точкахъ— ON и MN.

Кромѣ этихъ внутреннихъ силъ, на дугу OM дѣйствуетъ еще равнодѣйствующая P внѣшнихъ вертикальныхъ силъ, приложенныхъ къ разсматриваемой дугѣ OM.

Эти три силы находятся въ одной плоскости, и для ихъ

равновѣсія необходимо, чтобы вертикальная сила P прошла черезъ N—точку пересѣченія касательныхъ ON и MN. При этомъ сила P, какъ равнодѣйствующая вертикальныхъ внѣшнихъ силъ, распредѣленныхъ равномѣрно по прямой $dm = SM$, должна пройти чрезъ ея средину, т. е. $SQ=QM$. Если продолжимъ касательную MN до пересѣченія съ осью $У$-овъ въ точкѣ D, то изъ равенства треугольниковъ DON и NQM слѣдуетъ: $DO=NQ=y$, т. е. равна ординатѣ разсматриваемой точки M. Слѣдовательно, подкасательная $DS=DO+OS=2y$, т. е. подкасательная равна удвоенной ординатѣ, что составляетъ существенное свойство параболы; поэтому кривая AOB, выражающая среднюю линію проектируемаго свода, представитъ параболу.

Стороны прямоугольнаго треугольника MEN параллельны силамъ, дѣйствующимъ на дугу OM; поэтому, если допустимъ, что отрѣзокъ EM представляетъ по величинѣ и направленію силу P (равнодѣйствующую всѣхъ грузовъ распредѣленныхъ по дугѣ OM), то отрѣзокъ $NE=H$ и выразитъ внутреннюю сжимающую силу въ точкѣ O, а отрѣзокъ $MN=R$—внутреннюю сжимающую силу въ точкѣ M.

Сила H представитъ такъ называемый горизонтальный распоръ свода, а сила R—величину равнодѣйствующей всѣхъ силъ, являющихся въ разсматриваемой точкѣ M.

Изъ прямоугольнаго треугольника MEN слѣдуетъ:

$$\overline{R}^2 = \overline{H}^2 + \overline{P}^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (1)$$

$$tg\, i = \frac{P}{H} = \frac{px}{H} = \frac{dy}{dx}\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (2)$$

гдѣ i—уголъ наклона касательной R.

Помощью уравненій (1) и (2) можно рѣшить слѣдующіе вопросы.

1) Даны: кривая AOB и грузъ; опредѣлить горизонтальный распоръ H свода и величину сжимающей силы R въ разсматриваемей точкѣ средней линіи свода. Зная H и R, можно опредѣлить толщину свода въ любомъ сѣченіи, раздѣливъ R на предѣлъ прочнаго сопротивленія раздробленію даннаго матеріала.

2) Даны: кривая AOB, H и R,—опредѣлить P.

3) Даны: грузъ P, H и R,—опредѣлить кривую.

II) Опредѣлимъ среднюю кривую свода въ томъ случаѣ, когда давленіе въ каждой точкѣ нормально и распредѣлено равномѣрно по наружной производящей.

Для опредѣленія той кривой, которую представитъ упругая безконечно-тонкая пластинка при тѣхъ же условіяхъ, выдѣлимъ, фиг. 138, два смежные безконечно-малые ея элементы ds и ds, равные между собою по длинѣ. Элементарные грузы, дѣйствующіе на нихъ, выразятся чрезъ pds, гдѣ p—напряженіе даннаго груза. По условію, эти элементарные грузы равны между собою, нормальны къ хордамъ ds и проходятъ чрезъ ихъ средины.

Поэтому равнодѣйствующая P этихъ двухъ элементарныхъ грузовъ $p \,.\, ds$ будетъ равнодѣлящею для угловъ eOd и ABC.

Въ точкахъ A и C будутъ приложены нѣкоторыя силы R и R', выражающія дѣйствіе прилегающихъ частей кривой на выдѣленные элементы. Если построимъ параллелограмъ для этихъ внутреннихъ силъ R и R', и равнодѣйствующей внѣшнихъ силъ P, то при указанномъ выше равенствѣ угловъ $ABO = OBC$, уголъ $EON = EOM$, и слѣдовательно многоугольникъ $EMON$ обратится въ ромбъ, откуда слѣдуетъ, что $R = R'$, т. е. сжимающая сила, направленная вдоль элементарной дуги ABC, постоянна.

Выдѣлимъ теперь три равные смежные элемента кривой: $AB = BC = CD = ds$, фиг. 139, и вмѣсто безконечно, малыхъ дугъ разсмотримъ ихъ хорды. Грузы, дѣйствующіе на нихъ, будутъ равны между собой и выразятся чрезъ $p \,.\, ds$.

Относительно двухъ смежныхъ дугъ AB и BC было доказано, что $R = R_1$, причемъ внутренняя сила R направлена по AB и R_1—по BC.

Точно такъ же, какъ и въ предъидущемъ случаѣ, опредѣлимъ величину и направленіе сжимающей силы для элементовъ BC и CD; для нихъ также $R_1 = R_2$, поэтому $= R_1 = R_2$.

Изъ четырехъ полученныхъ силъ R, R_1, R_1 и R_2 равныя

и противоположныя силы R_1 и R_1 направлены по одной прямой BC; слѣдовательно, на концы выдѣленной элементарной дуги AD дѣйствуютъ силы $R=R_2$.

По условію $MB=BN$ и $NC=CQ$; поэтому прямоугольные треугольники

$BOM=BON$; точно также
$BON=CON$ и
$CON=CO$, откуда слѣдуетъ, что
$$\angle ABC=\angle BCD.$$

Значитъ, правильная ломанная линія $ABCD$ расположится симметрично относительно прямой ON.

Каждая часть пластинки, состоящая изъ трехъ такихъ элементовъ, дастъ такую же правильную ломанную линію, подверженную дѣйствію той же системы силъ. Въ общемъ получится правильный многоугольникъ. Поэтому кривая, въ которую онъ вписанъ и къ которой стремится какъ къ своему предѣлу, должна имѣть во всѣхъ точкахъ одну и ту же кривизну, т. е. представить окружность.

Изслѣдуя дѣйствіе нормальныхъ равномѣрно распредѣленныхъ грузовъ, иногда удобнѣе разсматривать не самый грузъ, а его вертикальныя и горизонтальныя составляющія.

Такъ, грузъ, соотвѣтствующій элементу $AB=ds$, фиг. 140, выразится чрезъ $p \,.\, ds$.

Горизонтальная составляющая его равна $p \,.\, ds.\ SinQ$, гдѣ Q — уголъ, образуемый направленіемъ силы $p \,.\, ds$ съ вертикальною линіей, или уголъ между касательной къ элементу ds и горизонтальною линіей.

Вертикальная же составляющая выразится чрезъ $p \,.\, ds.\ CosQ$.

Всѣ горизонтальныя составляющія будемъ разсматривать относительно длины той вертикальной линіи, по которой онѣ распредѣлены. Такой линіей для силы $p \,.\, ds.\ SinQ$ будетъ отрѣзокъ BC, равный $ds.\ Sin\ Q$; поэтому напряженіе горизонтальной составляющей равно

$$\frac{p \,.\, ds \,.\, Sin\,Q}{ds \,.\, SinQ}=p.$$

Точно также вертикальная сила $p \,.\, ds \,.\, CosQ$ распредѣ-

лена по горизонтальному отрѣзку $AC = ds \, . \, CosQ$, а потому ея напряженіе равно

$$\frac{p \, . \, ds \, . \, Cos\,Q}{ds \, . \, Cos\,Q} = p.$$

Но p по условію равно напряженію внѣшней нормальной силы. Значитъ, напряженіе нормальной равнодѣйствующей силы равно напряженію ея горизонтальной и вертикальной составляющихъ.

Если построимъ рядъ элементарныхъ прямоугольныхъ треугольниковъ по кривой AB, фиг. 141, такъ чтобы ихъ вертикальные катеты были равны между собою, то и горизонтальныя силы, дѣйствующія на эти катеты, представятся линіями равными. Перенесемъ точки приложенія этихъ горизонтальныхъ силъ по направленію ихъ дѣйствія на линію BC. Тогда BC будетъ равна суммѣ всѣхъ вертикальныхъ катетовъ элементарныхъ треугольниковъ, и такъ какъ напряженіе горизонтальныхъ силъ постоянно и равно p, то равнодѣйствующая всѣхъ горизонтальныхъ силъ для квадранта AB выразится

$$H = p \, . \, BC = p \, . \, r.$$

Если вдоль кривой AB начертить рядъ элементарныхъ треугольниковъ съ равными горизонтальными катетами, фиг. 142, то равнодѣйствующая всѣхъ вертикальныхъ силъ для того же квадранта AB выразится

$$V = p \, . \, CA = p \, . \, r$$

Отсюда слѣдуетъ:

1) Равнодѣйствующая всѣхъ нормальныхъ внѣшнихъ силъ въ квадрантѣ AB равна равнодѣйствующей двухъ силъ составляющихъ: горизонтальной и вертикальной, изъ которыхъ каждая равна $p.r$.

2) Если въ параллелограмѣ силъ для квадранта AB, фиг. 143, отрѣзокъ FS представляетъ вертикальную слагающую силы P, а значитъ вмѣстѣ съ тѣмъ и вертикальную составляющую для точки B, то отрѣзокъ FN выразитъ горизонтальную слагающую силы P и горизонтальную силу (распоръ) для точки A. Каждая изъ этихъ силъ равна

pr. Поэтому и сжимающее усиліе вдоль всей кривой постоянно и равно $p.r.$; т. е. если назовемъ вертикальную силу въ точкѣ B чрезъ V, то получимъ

$$H = V = T = pr.$$

Послѣ этого можно доказать слѣдующее общее положеніе: если внѣшнія силы нормальны къ кривой, то напряженіе сжимающаго усилія въ любой точкѣ упругой пластинки равно напряженію нормальнаго груза, умноженному на радіусъ кривизны въ разсматриваемой точкѣ.

Для общаго доказательства разсмотримъ условія равновѣсія какой-либо элементарной дуги $ds = AB$, фиг. 144, подверженной дѣйствію опредѣленнаго нормальнаго груза.

Дуга эта находится въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ слѣдующихъ силъ:

1) сжимающихъ усилій T и T_1, вызываемыхъ прилегающими частями кривой, и

2) нормальнаго груза $p.ds$, придающаго пластинкѣ извѣстную кривизну.

Вообразимъ окружность, фиг. 144, подверженную дѣйствію нормальнаго равномѣрно распредѣленнаго груза, напряженіе котораго равно p. Выдѣлимъ безконечно-малую дугу этой окружности, равную по длинѣ элементу ds данной кривой; грузъ, дѣйствующій на эту элементарную дугу круга, выразится также чрезъ $p.\ ds$.

Если бы дуга круга ds въ конечныхъ своихъ точкахъ A_1 и B_1 имѣла сжимающія силы, равныя T и T_1, то, очевидно, кривизна ея была такая же, какъ и кривизна разсматриваемаго элемента данной кривой; или, обратно, если дуга круга имѣетъ ту же кривизну, какъ и данный элементъ кривой, то и сжимающія силы въ конечныхъ точкахъ дуги круга должны быть равны, т. е. $T = T_1$.

Если грузъ будетъ нормаленъ къ упругой пластинкѣ во всѣхъ ея точкахъ, то подобная зависимость между сжимающею силой R, радіусомъ кривизны ρ и напряженіемъ груза p будетъ существовать въ любой точкѣ кривой, такъ что общее уравненіе кривой выразится $R = p.\ \rho$.

Вслѣдствіе нормальности внѣшнихъ силъ къ кривой, сжимающая сила, направленная вдоль кривой, должна быть постоянной; поэтому предъидущее общее уравненіе выразится

$$R = p \cdot \rho = Const \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (A)$$

Отсюда слѣдуетъ:

1) если грузъ p постояненъ, то и радіусъ кривизны ρ также величина постоянная, т. е. кривая представитъ окружность, что и было доказано выше;

2) когда p—величина перемѣнная, то для удовлетворенія уравненію (A) ρ должно измѣняться обратно пропорціонально p.

III) На практикѣ встрѣчается, что давленія p нормальны къ производящей свода и пропорціональны разстояніямъ отъ разсматриваемой точки до нѣкоторой прямой.

Такой нагрузкѣ подвержены, напримѣръ, подводные своды, фиг. 145. Если прямая MN выражаетъ уровень воды, то давленіе p въ любой точкѣ m (x, y) нормально къ наружной производящей и пропорціонально глубинѣ погруженія y разсматриваемой точки.

Упругая безконечно-тонкая пластинка расположится при такихъ условіяхъ по такъ называемой гидростатической кривой ABC, фиг. 145. Если примемъ точку O за начало координатъ, OY и OX—за координатныя оси, то давленіе воды на единицу поверхности въ любой точкѣ (x, y) выразится чрезъ $\omega . y$, гдѣ ω—вѣсъ кубической единицы воды.

Поэтому уравненіе кривой ABC выразится

$$R = p \cdot \rho = \omega \cdot y \cdot \rho = \omega \cdot y_0 \cdot \rho_0 = Const,$$

причемъ R—сжимающая сила, направленная вдоль кривой, y_0 и ρ_0—ордоната и радіусъ кривизны для точки B.

Если построимъ параллелограмъ силъ для какой-нибудь дуги BD, фиг. 145, то стороны его FN и FG должны быть равны, такъ какъ при нормальныхъ силахъ R постоянна.

Поэтому, называя горизонтальный распоръ чрезъ H, получимъ $H = R = Const$.

Отрѣзокъ FE выразитъ тогда по величинѣ и направленію равнодѣйствующую всего груза для дуги BD. Изъ чертежа видно, что отрѣзокъ MG будетъ вертикальною составляющею силы FG и выразитъ вертикальный грузъ для дуги BD, равный

$$R \,.\, Sin\, i = H \,.\, Sin\, i, \quad . \; . \; . \; . \qquad (B)$$

гдѣ i—уголъ наклона касательной къ точкѣ D.

Отсюда слѣдуетъ, что въ точкѣ C вертикальный грузъ $V = T = H$, такъ какъ для нея $i = 90^0$.

Кромѣ того уравненіе (B) показываетъ, что вертикальная и горизонтальная составляющія сжимающей силы не постоянны и непрерывно измѣняются съ переходомъ отъ одной точки къ другой.

Для опредѣленія горизонтальной составляющей всего груза для дуги BD замѣтимъ, что отъ разложенія силы EF (равнодѣйствующей груза для дуги BD) получена горизонтальная составляющая FN, а отъ разложенія другой составляющей $FG = R$ получается еще другая горизонтальная сила FM, направленная въ обратную сторону. Поэтому горизонтальная составляющая для всего груза дуги BD равна разности двухъ указанныхъ горизонтальныхъ силъ, т. е. $FN - FM$.

Изъ чертежа видно, что

$$FN - FM = GE - SG = H - H\; Cos\, i = H\,(1 - Cos\, i).$$

Въ точкѣ C уголъ $i = 90^0$, а потому для дуги BC горизонтальная составляющая груза равна H.

Отсюда слѣдуетъ, что для дуги CD горизонтальная составляющая груза равна $H - H\,(1 - Cos i)$.

Для дуги BD вертикальная составляющая груза, какъ видно изъ треугольника FMG, выразится

$$V = FG \,.\, Sin\, i = H \,.\, Sin\, i = \int_0^x py \,.\, dx = \omega \int_0^x y \,.\, dx,$$

гдѣ Py—грузъ въ точкѣ, ордоната которой y, равный $\omega \,.\, y$.

Съ другой стороны, обращаясь къ уравненію

$$H = T = p \,.\, \rho,$$

предъидущій интегралъ можно приравнять выраженію

$$H . Sin\, i = p . \rho . Sin\, i = \omega \int_0^x y . dx = \omega . y_0 \rho_0 \, Sin\, i.$$

Точно также для горизонтальной составляющей груза получимъ

$$H(1 - Cos\, i) = \omega y_0 \rho_0 (1 - Cos\, i) = \int_{y_0}^{y} p_y . dy =$$

$$= \omega \int_{y_0}^{y} y . dy = \omega \frac{y^2 - y_0^2}{2}.$$

Если y_1 равно ордонатѣ въ точкѣ C, то горизонтальная сила, дѣйствующая въ точкѣ C, выразится

$$H = \omega \frac{y_1^2 - y_0^2}{2}.$$

Уравненіе $T = H = \omega y_0 \rho_0 = \omega y \rho$ даетъ возможность рѣшать разные вопросы при проектированіи подводныхъ сводовъ.

IV) Давленіе земли на подземные своды представляетъ нѣчто среднее между давленіями абсолютно-твердаго тѣла и жидкой массы. Такъ напримѣръ, кубъ земли a, фиг. 146, подъ давленіемъ вѣса p выше-лежащаго столба земли давитъ внизъ съ силой равной его собственному вѣсу $+$ вѣсъ p этого столба. Боковыя грани этого куба a давятъ по горизонтальнымъ направленіямъ съ силой меньшей чѣмъ давленіе вертикальное, но отношеніе которой къ вертикальному давленію всегда постоянно для одного и того же грунта.

Если бы кубъ a состоялъ изъ абсолютно твердаго тѣла, то не оказывалъ бы горизонтальныхъ давленій; если бы онъ былъ выдѣленъ въ жидкой массѣ, то горизонтальныя давленія были бы равны вертикальнымъ.

Итакъ въ подземныхъ сводахъ вертикальное давленіе въ любой точкѣ пропорціонально глубинѣ ея погруженія; горизонтальное же давленіе меньше вертикальнаго и отношеніе между этими давленіями постоянно для всѣхъ точекъ.

Кривая, по которой расположится безконечно-тонкая упругая пластинка, подверженная дѣйствію такой системы силъ, называется геостатической.

Въ гидростатической кривой, какъ пояснепо выше, вертикальныя и горизонтальныя давленія въ каждой точкѣ равны между собою и пропорціональны глубинѣ погруженія разсматриваемой точки. Если допустить, что плотность даннаго грунта равна плотности какой-либо жидкости, то для любой точки D_1 (x_1, y), фиг. 147, взятой на геостатической кривой, вертикальное давленіе будетъ такое же какъ для точки D (x, y), лежащей на гидростатической кривой и имѣющей ту же ординату y. Отношеніе же между горизонтальными давленіями въ любыхъ точкахъ D и D_1 будетъ постоянно и, допустимъ, равно m.

Если на данной гидростатической кривой ABC, фиг. 148, построимъ, какъ на основаніи, косой цилиндръ, фиг. 149, AA_1 C_1C и разсѣчемъ его плоскостью A_1C_1 такъ, чтобы линія пересѣченія ея съ плоскостью основанія ABC была параллельна линіи BE (стрѣла подъема данной гидростатической кривой), а отношеніе AC къ A_1C_1 равнялось m, то новая кривая $A_1B_1C_1$, фиг. 149а, полученная на боковой поверхности цилиндра, представитъ соотвѣтствующую геостатическую кривую.

Для доказательства распредѣлимъ вертикальныя и горизонтальныя давленія въ данной гидростатической кривой по двумъ ея діаметрамъ AE и BE, фиг. 148.

По условію, сѣкущая плоскость $A_1B_1C_1$, фиг. 149, параллельна діаметру BE; поэтому всѣ векторы a, параллельные BE и выражающіе вертикальныя давленія, будутъ проектироваться на плоскость $A_1B_1C_1$, фиг. 149 и 149а, векторами a_1, фиг. 149а, параллельными и равными по величинѣ векторамъ a; векторы же b, фиг. 148, выражающіе горизонтальныя давленія въ данной гидростатической кривой, будутъ проектироваться на плоскость $A_1B_1C_1$ параллельными векторами b_1, причемъ отношеніе каждаго изъ нихъ къ соотвѣтственному вектору b будетъ равно отношенію $\frac{A_1C_1}{AC}=\frac{1}{m}$.

Слѣдовательно полученная кривая $A_1B_1C_1$, фиг. 149а, будетъ представлять кривую равновѣсія, подверженную дѣйствію системы такихъ силъ, у которыхъ вертикальныя со-

ставляющія пропорціональны ординатамъ кривой, а отношенія между вертикальными и горизонтальными составляющими постоянны и равны m. Значитъ, кривая $A_1B_1C_1$ представитъ геостатическую кривую.

Въ геостатической кривой векторы a_1, выражающіе вертикальныя силы, остались безъ перемѣны; поэтому и ихъ равнодѣйствующая будетъ та же какъ и въ гидростатической кривой. Если обозначимъ чрезъ V и V^1 равнодѣйствующія вертикальныхъ силъ для половины данной гидростатической кривой и соотвѣтствующей геостатической, то $V = V^1$, причемъ въ гидростатической кривой сила V распредѣлена по отрѣзку AE, фиг. 148, тогда какъ въ геостатической—по отрѣзку A_1E_1, фиг. 149а.

Если $A_1E_1 = m.AE$, то напряженіе силы V выразится чрезъ $p_y = \frac{V}{AE}$, а силы V^1 чрезъ $p_y^1 = \frac{V^1}{A_1E_1} = \frac{V}{m\,.\,AE} = \frac{p_y}{m}$.

Отношеніе каждой горизонтальной силы (векторы b) гидростатической кривой къ соотвѣтствующей горизонтальной силѣ геостатической кривой (векторы b_1), по условію, равно m; поэтому и отношеніе между равнодѣйствующими горизонтальныхъ силъ для этихъ кривыхъ равно m. Кромѣ того, горизонтальныя силы распредѣлены по отрѣзкамъ BE и B_1E_1 одинаковой длины; поэтому, обозначивъ равнодѣйствующія горизонтальныхъ силъ чрезъ H и H_1, соотвѣтствующія напряженія чрезъ p_x и p_x^1, получимъ

$$H_1 = m\,.\,H,$$

и для гидростатической кривой

$$p_x = \frac{H}{BE},$$

для геостатической

$$p_x^1 = \frac{H\,.\,m}{BE} = m\,.\,p_x\,.$$

Въ гидростатической кривой давленіе въ любой точкѣ нормально, въ геостатической же давленія земли будутъ нормальны только въ точкахъ B_1, A_1 и C_1, фиг. 149а, такъ какъ только въ этихъ точкахъ нормали остаются параллельными соотвѣтственнымъ проектирующимъ нормалямъ гидростатической кривой.

Пусть ρ_0^1 и ρ_1^1 выражаютъ радіусы кривизны въ B_1 и A геостатической кривой, фиг. 149а; тогда горизонтальный распоръ дуги A_1B_1

$$H^1 = p_y^1\, \rho_0^1 = \frac{p_y}{m} \cdot \rho_0^1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (a)$$

Въ гидростатической же кривой

$$H = p_y \cdot \rho_0 ,$$

и при этомъ

$$H^1 = mH = m \cdot p_y\, \rho_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (b)$$

Изъ уравненій (a) и (b) получимъ

$$m \cdot p_y\, \rho_0 = \frac{p_y}{m} \cdot \rho^1{}_0 \text{ или } \rho^1{}_0 = m^2 \rho_0 .$$

Точно также

$$V^1 = p^1{}_x \cdot \rho^1{}_1 = mp_x \cdot \rho^1{}_1 = V \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (c)$$

Для гидростатической кривой

$$V = \rho_x \cdot \rho_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (d)$$

Но $V = V^1$, поэтому изъ уравненій (d) и (c) слѣдуетъ

$$mp_x\, \rho^1{}_1 = p_x\, \rho_1 \text{ или } \rho^1{}_1 = \frac{\rho_1}{m} .$$

Найденные радіусы кривизны нужны для вычерчиванія геостатической кривой.

Радіусъ кривизны въ любой промежуточной точкѣ опредѣлится изъ общаго уравненія

$$p^1 \rho^1{}_0 = p \cdot \rho \text{ или } \omega y_0\, \rho^1{}_0 = \omega y \rho \text{ ; отсюда}$$

$$\rho = \frac{\rho^1{}_0 . y_0}{y} .$$

V) Если въ подземномъ сводѣ высота его EC, фиг. 146, очень мала сравнительно съ толщей выше-лежащей земли OC, то безъ особенной погрѣшности можно допустить:

1) вертикальное давленіе въ любой точкѣ наружной поверхности свода будетъ постоянно и равно $\omega \cdot y$, гдѣ y— ордоната OC, а ω—плотность грунта;

2) отношеніе вертикальнаго давленія къ соотвѣтствующему горизонтальному постоянно и равно m.

При разсмотрѣніи условій равновѣсія круга было выведено $p_y = p_x = p$, т. е. напряженія вертикальной и горизонтальной слагающихъ равны между собою, а также равны напряженію нормальной силы.

Поэтому принятое выше распредѣленіе силъ можно разсматривать какъ проекцію силъ, приложенныхъ къ кругу, подобно тому какъ силы, дѣйствующія на геостатическую кривую, представляютъ проекцію силъ, приложенныхъ къ гидростатической кривой.

Дѣйствительно, если на данномъ кругѣ, уравновѣшенномъ дѣйствіемъ данной системы горизонтальныхъ и вертикальныхъ силъ, фиг. 150, построимъ прямой цилиндръ DD^1B^1B и разсѣчемъ его плоскостью такъ, чтобы линія пересѣченія ея съ плоскостью основанія ABC была параллельна AC, то получимъ новую кривую AB^1CD^1, фиг. 150a, элипсъ, и новую систему горизонтальныхъ и вертикальныхъ силъ, уравновѣшивающихъ эту кривую.

Всѣ данныя силы (векторы b) будутъ проектироваться равными и параллельными векторами b_1, фиг. 150, а отношеніе новыхъ вертикальныхъ векторовъ a^1 къ прежнимъ a будетъ равно отношенію $\frac{O^1B^1}{OB} = m$.

И такъ новая кривая равновѣсія представитъ элипсъ. Если назовемъ радіусъ даннаго круга чрезъ r, малую полуось O_1C_1 полученнаго элипса чрезъ—r, а большую полуось O_1B_1—чрезъ r^1, то $\frac{r^1}{r} = m$.

Въ элипсѣ векторы b, выражающіе горизонтальныя силы, остаются безъ перемѣны; поэтому и ихъ равнодѣйствующая H^1 будетъ та же какъ и въ кругѣ, т. е. $H^1 = H$.

Но сила H^1 распредѣлена въ элипсѣ по отрѣзку O_1B_1, въ кругѣ же по отрѣзку OB; поэтому напряженіе горизонтальной силы въ элипсѣ

$$p^1{}_x = \frac{H}{m \cdot r} = \frac{p_x}{m},$$

гдѣ p_x—напряженіе горизонтальныхъ силъ въ кругѣ.

Легко замѣтить, что равнодѣйствующая вертикальныхъ силъ для элипса

$$V^1 = mV \quad \text{и}$$

$$p^1_y = \frac{V^1}{O_1C_1} = \frac{mV}{r} = m \cdot p_x = mp_x.$$

Отсюда слѣдуетъ

$$p^1_x : p^1_y = \frac{p_x}{m} : m \cdot p_x = 1 : m^{2}.$$

Съ другой стороны,

$$\overline{OB}^2 : \overline{O_1B_1}^2 = 1 : \overline{m}^2 = r^2 \cdot r^{1^2},$$

т. е. напряженія горизонтальныхъ и вертикальныхъ силъ въ элипсѣ пропорціональны квадратамъ параллельныхъ имъ осей.

Такимъ образомъ на практикѣ при значительной толщѣ земли надъ сводомъ можно безъ особенной погрѣшности принять за среднюю линію проектируемаго свода полуэлипсъ, отношеніе полуосей котораго r и r^1 равно m, причемъ m зависитъ отъ свойствъ даннаго грунта, главнымъ образомъ отъ его сыпучести и подвижности частицъ, и всегда меньше единицы.

Аналитическій разсчетъ сводовъ.

Выводы, полученные при опредѣленіи наивыгоднѣйшей формы сводовъ при перечисленныхъ нагрузкахъ, даютъ возможность опредѣлить какъ наивыгоднѣйшее положеніе кривой давленій, такъ и величину силы R, направленной по этой кривой.

Зная такимъ образомъ величину и направленіе равнодѣйствующей R всѣхъ внутреннихъ силъ въ любомъ сѣченіи свода, можно опредѣлить его толщину.

I) Положимъ, напримѣръ, требуется опредѣлить толщину стѣнокъ бетоннаго цилиндрическаго резервуара, дно котораго находится ниже уровня земли на 6 метр., а внутренній діаметръ равенъ 4 метр. Допустимъ, что на глубинѣ 3 метр. находится уровень грунтовыхъ водъ, фиг. 151. Если возьмемъ какое-либо горизонтальное сѣченіе колодца mn, фиг. 151, то давленія со стороны грунта во всѣхъ точкахъ наружной окружности будутъ нормальны и пропорціональны глубинѣ погруженія сѣченія mn.

При такомъ распредѣленіи силъ, какъ доказано выше, наивыгоднѣйшею формой средней линіи для каждаго поперечнаго сѣченія будетъ окружность, фиг. 151.

При этомъ сила R, направленная по этой средней окружности, будетъ постоянна, и

$$R = pr = \omega \cdot y \cdot r,$$

гдѣ p—давленіе на единицу поверхности внѣшней нормальной равномѣрно-распредѣленной силы,

r—радіусъ средней окружности,

ω—плотность грунта,

y—глубина погруженія разсматриваемаго сѣченія.

Выдѣлимъ двумя горизонтальными плоскостями кольцо свода высотою 0,01 метра у самаго дна колодца. Діаметръ его средней линіи примемъ равнымъ 4 метр.; вѣсъ 1 куб. метра сырой земли—2.000 килогр.; глубину погруженія выдѣленнаго кольца—$y = 6$ метр.

Давленіе p грунтовой воды на 1 кв. сантим. стѣнки колодца выразится

$$p = \omega \cdot y = \frac{2000 \cdot 600}{1000000} = 1{,}2 \text{ килогр.}$$

Поэтому сжимающая сила R, направленная вдоль средней линіи, равна

$$R = 1{,}2 \text{ килогр.} \times 200 = 240 \text{ килогр.}$$

Такъ какъ точка приложенія силы R предполагается въ центрѣ радіональнаго сѣченія, фиг. 152, кольца, то внутреннія сжимающія силы будутъ распредѣлены равномѣрно по всему сѣченію. Поэтому, принимая прочное сопротивленіе бетона раздробленію 10 килогр. на кв. сантим., получимъ наименьшую толщину x стѣнки колодца у дна:

$$x = \frac{240}{10} = 24 \text{ сантим.}$$

Послѣ этого для болѣе точнаго разсчета надо принять во вниманіе, что радіусъ средней линіи проектируемаго свода будетъ равенъ примѣрно

$$2 \text{ метра} + 0{,}13 \text{ метра} = 2{,}13 \text{ метра}$$

и, слѣдовательно,

$$R_1 = 1{,}2 \text{ килогр.} \times 2{,}13 = 255{,}6 \text{ килогр.}$$

$$x_1 = \frac{255{,}6}{10} = 25{,}56 \text{ сант. (26 сант.)}.$$

Вообще толщина стѣнки x при любой глубинѣ погруженія y выразится примѣрно

$$x = \frac{R}{10} = \frac{\omega . y . r}{10} = \frac{2000.200 . y}{10 . 1000000} = \frac{y}{25} \text{ сант.}$$

т. е. будетъ измѣняться пропорціонально y.

Опредѣливъ поэтому наименьшую толщину стѣнокъ у дна и задавшись толщиной ея у противоположнаго конца, напр. въ 20 сантим., остается отложить эти толщины и соединить крайнія внѣшнія точки прямою линіей, фиг. 151; такимъ образомъ получится вертикальное сѣченіе всей стѣнки.

II) Допустимъ, требуется разсчитать подводный сводъ, пролетъ котораго $l = 15$ метр., а разстояніе отъ уровня воды MN, фиг. 153, до замка равно 5 метр.

Какъ пояснено выше, средняя линія такого свода должна представить гидростатическую кривую.

Дифференціальное уравненіе ея въ общемъ видѣ можно представить такъ:

$$R = y . \rho = y . \frac{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}}{\frac{d^2x}{dy^2}}, \quad \text{или}$$

$$R . \frac{d^2x}{dy^2} - y\left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2} = 0.$$

Интегрируя это уравненіе два раза, получимъ уравненіе гидростатической кривой.

Если обозначимъ координаты точки C, фиг. 153, чрезъ x_1 и y_1, стрѣлу подъема BD—чрезъ a, глубину OB—y_0 и радіусы кривизны въ точкахъ A и B—чрезъ ρ и ρ_0, и при этомъ примемъ

$$b = x_1 + \frac{x_1^2}{30a}, \quad . \; . \; . \; . \; . \qquad (1)$$

то всѣ эти величины приблизительно будутъ связаны слѣдующимъ уравненіемъ:

$$y_0 = a \cdot \frac{a^3}{b^3 - a^3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Раньше было выведено

$$R = H = \omega \cdot y_0 \cdot \rho_0 = \omega \frac{y_1^2 - y_0^2}{2};$$

отсюда $y_0\rho_0 = \frac{y_1^2 - y_0^2}{2}$.

или $\rho_0 = \frac{y_1^2 - y_0^2}{2y_0} = \frac{(y_0 + a)^2 - y_0^2}{2y_0} = \frac{y_0^2 + 2ay_0 + a^2 - y_0^2}{2y_0} =$

$$= \frac{2y_0 a + a^2}{2y_0} = a + \frac{a^2}{2y_0} = a + \frac{a^2(b^3 - a^3)}{2a^4} = \frac{a}{2}\left(1 + \frac{b^3}{a^3}\right) \quad . \quad . \quad (3)$$

Точно также

$$\rho_1 = \frac{y_1^2 - y_0^2}{2y_1} = a + \frac{a^2}{2(y_0 + a)} = a - \frac{a^2}{2\left(\frac{a^4}{b^3 - a^3} + a\right)} =$$

$$= a - \frac{a(b^3 - a^3)}{2b^3} = \frac{a}{2}\left(2 - 1 + \frac{a^3}{b^3}\right) = \frac{a}{2}\left(1 + \frac{a^3}{b^3}\right) \quad . \quad (4)$$

Уравненія (1), (2), (3) и (4) даютъ возможность опредѣлить радіусы кривизны ρ_0, ρ_1 и стрѣлу подъема.

Рѣшеніе уравненія (2) можетъ представить нѣкоторыя затрудненія, поэтому, пользуясь опытными данными, подставимъ вмѣсто a нѣсколько чиселъ, чтобы опредѣлить предѣлы, въ которыхъ находится истинное значеніе a. При $a = 6$ метр. уравненіе (2) будетъ почти удовлетворено, чтò видно изъ слѣдующаго:

$$b = x_1 + \frac{x_1^2}{30\,a} = 7{,}5 + \frac{\overline{7{,}5}^2}{30 \cdot 6} = 7{,}82 \text{ метр.}$$

$$y_0 = \frac{(6)^4}{(7{,}82)^3 - (6)^3} = \frac{1296}{262{,}2} = 4{,}95 \text{ метра.}$$

По условію же $y_0 = 5$ метр.

Послѣ этого изъ уравненій (3) и (4) получимъ:

1) радіусъ кривизны въ точкѣ B

$$\rho_0 = \frac{a}{2}\left(1 + \frac{b^3}{a^3}\right) = \frac{6}{2}\left\{1 + \left(\frac{7{,}82}{6}\right)^3\right\} = 9{,}59 \text{ метра.}$$

2) радіусъ кривизны въ точкѣ A

$$\rho = \frac{a}{2}\left(1 + \frac{b^3}{a^3}\right) = \frac{6}{2}\left\{1 + \left(\frac{6}{7{,}82}\right)^3\right\} = 4{,}29 \text{ метра.}$$

Радіусъ же кривизны ρ во всякой другой точкѣ опредѣлится изъ основнаго уравненія $\rho = \frac{\rho_0 \cdot y_0}{y}$.

По этимъ даннымъ можно начертить среднюю линію свода.

Давленіе въ точкѣ B выразится чрезъ $H = \omega \cdot y_0 \rho_0$, гдѣ ω—вѣсъ куб. сантиметра воды, равный 1 грамму.

Если выдѣлить двумя параллельными плоскостями элементарный сводъ, длина котораго равнялась бы 1 сант., то давленіе H въ точкѣ B выразится такъ:

$H = \omega \cdot y_0 \rho_0 = 1$ гр. $500 \cdot 959 = 479{,}5$ килогр., фиг. 153.

Полагая прочное сопротивленіе бетона раздробленію 10 килогр. на кв. 1 сант., получимъ наименьшую толщину свода въ замкѣ

$$x = \frac{479{,}5}{10} = 47{,}95 \text{ сант. (48 сант.)}.$$

Для гидростатической кривой $H = R = Const$; поэтому толщина свода можетъ быть вездѣ одинаковою.

Отличительною чертой гидростатическихъ сводовъ является значительный горизонтальный распоръ; такъ напримѣръ, для точекъ A или C

$$H = \omega \frac{y_1^2 - y_0^2}{2}$$

т. е. горизонтальный распоръ пропорціоналенъ разности квадратовъ $y_1^2 - y_0^2$, гдѣ y_1 и y_0—ордонаты пяты и замка.

На практикѣ всегда можно замѣнить гидростическую кривую, требующую непрерывнаго измѣненія радіуса кривизны, коробовою кривой о трехъ или пяти центрахъ въ зависимости отъ требуемой точности.

Общія данныя для проектированія сводовъ.

При нагрузкахъ одностороннихъ или отличающихся отъ разсмотрѣнныхъ выше, наивыгоднѣйшая форма средней дуги свода представитъ нѣкоторую кривую, вполнѣ опредѣленную при данныхъ: пролетѣ, подъемѣ и нагрузкѣ.

Теоретическое изслѣдованіе этого вопроса на основаніи теоріи упругости представляетъ большія затрудненія.

На практикѣ, кромѣ того, форма сводовъ обусловливается часто архитектурными и строительными соображеніями. Въ

этомъ отношеніи можно замѣтить, что дуга круга, вообще говоря, является невыгодною формой свода, требующей сравнительно много матеріала и вызывающей значительныя мѣстныя напряженія, неодинаково распредѣленныя въ кладкѣ свода.

Сводамъ слѣдуетъ придавать такую форму, чтобы напряженія распредѣлялись въ кладкѣ его возможно равномѣрнѣе; при такихъ условіяхъ матеріалъ свода, какъ пояснено выше, будетъ употребленъ съ наибольшею выгодой, своды получатся наиболѣе легкими и прочными. Въ большинствѣ случаевъ это будутъ коробовыя кривыя о нѣсколькихъ центрахъ.

Общій ходъ работы при проектированіи сводовъ будетъ слѣдующій:

1) опредѣляется толщина свода въ замкѣ при данныхъ пролетѣ, подъемѣ и нагрузкѣ;

2) задавшись нѣкоторою среднею дугой свода, вычерчивается сводъ и грузовая площадь при самой невыгодной нагрузкѣ.

Послѣ этого, разсматривая сводъ какъ упругую арку съ закрѣпленными точками опоры, можно опредѣлить положеніе кривой давленій. Если окажется, что эта кривая выходитъ изъ средней трети свода или, вообще говоря, вызываетъ значительныя напряженія, то можно измѣнить форму свода, приближая новую среднюю дугу свода къ кривой давленій, и сдѣлать новый разсчетъ.

Послѣ нѣсколькихъ подобныхъ попытокъ всегда можно достигнуть требуемаго положенія кривой давленій въ проектируемомъ сводѣ. Эти предварительные разсчеты для опредѣленія надлежащей формы свода можно производить, раздѣливъ среднюю дугу свода на небольшое число равныхъ частей; окончательный же разсчетъ можно сдѣлать съ желаемою точностью, увеличивъ число этихъ частей.

Толщина свода въ замкѣ должна удовлетворить слѣдующимъ двумъ условіямъ:

1) напряженія, которыя получатся въ замкѣ свода, не должны превзойти предѣла прочнаго сопротивленія раздробленію даннаго матеріала, и

2) кривая давленій, пересѣкая швъ замка въ средней трети, должна расположиться по возможности ближе къ средней дугѣ свода.

Такъ какъ дѣйствительное положеніе кривой давленій при такомъ предварительномъ разсчетѣ неизвѣстно, то для удовлетворенія первому условію предполагаемое напряженіе f въ замкѣ должно быть меньше допускаемаго наибольшаго напряженія.

Tolkmitt, изслѣдуя теоретически вопросъ о толщинѣ свода и радіусѣ кривизны въ замкѣ, выражаетъ слѣдующими формулами зависимость между пролетомъ l, радіусомъ кривизны въ замкѣ r, толщиной свода въ замкѣ d, толщиной забутки c, высотой грузовой площади p и допускаемымъ напряженіемъ въ замкѣ q:

$$\frac{l}{d} \lesseqgtr 10 \sqrt{\frac{q}{6\,p}}\text{, или}$$

$$d \geqq \frac{l}{10} \sqrt{\frac{6\,p}{q}} \quad . \; . \; . \; . \; . \qquad (1)$$

и

$$r = d\left(\frac{q}{z_0} - 1\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \qquad (2)\text{, гдѣ}$$

$$z_0 = d + e + \frac{p}{2}\text{, фиг. 128.}$$

(См. Leitfaden für das Entwerfen und die Berechnung gewölbter Brücken, von G. Tolkmitt).

Въ прилагаемой таблицѣ № 9 приведена зависимость между пролетомъ l, подъемомъ h, толщиной въ замкѣ d, напряженіемъ въ замкѣ q, радіусомъ кривизны въ замкѣ r, толщиной забутки e и высотой грузовой площади p.

Таблица составлена для 72 сводовъ при 8 различныхъ пролетахъ отъ 5 метр. до 40 метр. съ подъемами для каждаго пролета въ $^1|_8$, $^1|_5$ и $^1/_3$.

Для каждаго изъ этихъ 24-хъ сводовъ сдѣланъ разсчетъ при трехъ различныхъ нагрузкахъ, соотвѣтствующихъ какъ по толщинѣ забутки e, такъ и по высотѣ грузовой площади p, тѣмъ условіямъ, въ которыхъ находятся сводчатые мосты на главныхъ желѣзнодорожныхъ линіяхъ, на узкоколейныхъ дорогахъ и на шоссе или городскихъ мостахъ.

Таблица № 9.

Пролетъ въ метрахъ.	Подъемъ.	$l=0{,}90$ $p=1{,}20$ $z_0=1{,}50+d.$			$l=0{,}60$ $p=0{,}80$ $z_0=1{,}00+d.$			$l=0{,}30$ $p=0{,}40$ $z_0=0{,}50+d.$		
l	h	d	q	r	d	q	r	d	q	r
5	1/8	0,20	46,7	5,30	0,19	35,2	5,42	0,18	22,3	5,72
	1/5	0,29	23,2	3,47	0,25	19,3	3,60	0,22	13,5	3,90
	1/3	0,36	13,8	2,31	0,33	11,2	2,45	0,26	8,8	2,75
10	1/8	0,35	60,4	11,05	0,32	48,5	11,42	0,26	37,0	12,40
	1/5	0,48	32,6	7,43	0,42	27,8	7,80	0,32	23,0	8,70
	1/3	0,60	20,0	5,12	0,53	17,4	5,50	0,40	15,1	6,30
15	1/8	0,47	73,7	17,15	0,42	62,0	17,90	0,33	50,6	19,80
	1/5	0,63	41,6	11,67	0,55	36,5	12,40	0,41	32,2	14,10
	1/3	0,79	26,2	8,25	0,68	23,7	8,92	0,50	21,8	10,40
20	1/8	0,58	86,6	23,55	0,51	75,0	24,80	0,35	64,4	27,80
	1/5	0,75	51,0	16,25	0,65	45,7	17,35	0,49	41,4	20,00
	1/3	0,95	32,4	11,60	0,80	30,1	12,60	0,58	29,1	15,00
25	1/8	0,68	99,5	30,30	0,59	88,0	32,00	0,44	79,0	36,50
	1/5	0,88	59,2	21,00	0,74	55,0	22,65	0,54	52,0	26,50
	1/3	1,09	38,7	15,20	0,90	37,0	16,60	0,65	36,7	20,00
30	1/8	0,77	112,0	37,20	0,65	102,0	39,60	0,49	93,0	45,50
	1/5	0,98	68,6	26,10	0,82	64,6	28,30	0,59	63,0	33,50
	1/3	1,20	45,2	18,90	1,00	43,8	20,90	0,70	45,0	25,50
35	1/8	0,84	126,2	44,50	0,72	115,0	47,40	0,52	110,0	55,10
	1/5	1,07	77,5	31,20	0,90	73,6	34,00	0,63	74,5	40,90
	1/3	1,30	52,1	22,90	1,08	50,9	25,30	0,74	53,9	31,40
40	1/8	0,91	139,1	51,80	0,78	128,5	55,60	0,56	124,0	65,10
	1/5	1,15	87,5	36,80	0,96	84,0	40,10	0,67	86,1	48,70
	1/3	1,40	58,9	27,00	1,15	58,4	30,10	0,78	63,3	37,70

Въ этой таблицѣ всѣ размѣры выражены въ метрахъ.

Относительно нагрузокъ замѣтимъ, что собственный вѣсъ сводчатыхъ мостовъ и ихъ постоянной нагрузки (забутки, балласта) значительно меньше собственнаго вѣса соотвѣтствующихъ желѣзныхъ мостовъ; поэтому вліяніе временной нагрузки въ сводчатыхъ мостахъ меньше нежели въ желѣзныхъ. Кромѣ того, балластъ и засыпки смягчаютъ удары и распредѣляютъ давленіе колесъ на нѣкоторую площадь, такъ что нельзя разсчитывать на дѣйствіе значительныхъ сосредоточенныхъ грузовъ. Поэтому при разсчетѣ сводчатыхъ мостовъ слѣдуетъ замѣнять данные сосредоточенные грузы эквивалентною равномѣрно распредѣленною нагрузкой.

Для удобства графическаго разсчета величину временной нагрузки выражаютъ не въ вѣсовыхъ единицахъ, а въ объемныхъ, приравнивая ее къ вѣсу извѣстнаго объема матеріала. При такихъ условіяхъ полная нагрузка свода отъ собственнаго вѣса и временнаго груза будетъ пропорціональна нѣкоторой грузовой площади. Такимъ образомъ, если длина выдѣленнаго элементарнаго свода равна 1 метру, то высотѣ грузовой площади равной p метр. соотвѣтствуетъ давленіе $p\,\frac{\text{куб. метр.}}{\text{кв. метр.}}$. Если же 1 куб. метръ матеріала свода вѣситъ a тоннъ, то та же высота p метръ соотвѣтствуетъ нагрузкѣ $ap\,\frac{\text{тоннъ}}{\text{кв. метр.}}$.

Подобнымъ же образомъ могутъ быть выражены и давленія въ замкѣ свода. Давленіе на единицу площади можно выразить высотой нѣкотораго каменнаго параллелопипеда q, основаніе котораго равно единицѣ.

Если требуется выразить напряженіе въ вѣсовыхъ единицахъ (килогр. на кв. сантим.), то получимъ

$$q.\,\frac{\text{куб. метр.}}{\text{кв. метр.}} = a.\,q\,\frac{\text{тоннъ}}{\text{кв. метр.}} = \frac{a}{10}\,q.\ \text{килогр. на кв. сантим.},$$

гдѣ a—вѣсъ 1 куб. метра матеріала свода въ тоннахъ или его удѣльный вѣсъ.

Для опредѣленія эквивалентной равномѣрно распредѣленной нагрузки p въ случаѣ нѣсколькихъ сосредоточенныхъ

грузовъ слѣдуетъ размѣстить болѣе тяжелые сосредоточенные грузы на одной половинѣ свода (отъ замка до опоры); сумма этихъ грузовъ, раздѣленная на площадь, по которой они распредѣлены, выразитъ высоту искомой равномѣрно распредѣленной нагрузки. При малыхъ пролетахъ сосредоточенныя нагрузки отъ телѣгъ болѣе опасны, нежели нагрузки отъ толпы, вызывающей бо̀льшія напряженія въ мостахъ значительныхъ пролетовъ.

Разстояніе между осями наиболѣе тяжелыхъ телѣгъ—3,5 метра, такъ что при пролетахъ 6—7 метр. принимается въ разсчетъ давленіе отъ одной оси. Въ паровозахъ разстояніе между осями около 1,5 метра, и поэтому при пролетахъ 10 метр. и болѣе надо разсчитывать на давленіе отъ трехъ осей на полусводъ, что̀ составитъ при давленіи 7 тоннъ на колесо $7 \times 6 = 42$ тонны.

Можно предположить, что давленіе это распредѣляется помощью рельсовъ, шпалъ и балласта на площадь, ширина которой отъ 3,5 метр. до 4 метр. и длина—5 метр., т. е. на площадь

$$3{,}5 \times 5 = 17{,}5 \text{ кв. метр. или } 4 \times 5 = 20 \text{ кв. метр.}$$

Если принять вѣсъ 1 куб. метра кирпичной кладки $a=1{,}8$ тоннъ, бетонной или бутовой $a_1 = 2{,}3$ тоннъ, то высота p грузовой площади выразится вь обоихъ случаяхъ:

$$p = \frac{42}{1{,}8.\ 17{,}5} = 1{,}3 \text{ тон. и}$$

$$p_1 = \frac{42}{20.\ 2{,}3} = 0{,}91 \text{ тон.}$$

Равномѣрно распредѣленная нагрузка для шоссейнаго моста при пролетѣ $l = 6$ метр. и односторонней нагрузкѣ одною осью телѣги и давленіемъ 6 тоннъ на каждое колесо выразится $\frac{2 . 6}{3{,}5 . 3} = 1{,}14$ тон. на кв. метръ, гдѣ 3,5 метра—ширина той площади, по которой распредѣлится давленіе отъ 2-хъ колесъ.

Высота же p грузовой площади, приведенной къ вѣсу матеріала свода, опредѣлится:

для свода кирпичнаго

$$p = \frac{1{,}14}{1{,}8} = 0{,}64 \text{ метра,}$$

для бутоваго

$$p_1 = \frac{1,14}{2,3} = 0,50 \text{ метра.}$$

Наибольшая односторонняя нагрузка желѣзнодорожныхъ мостовъ пролетомъ 22 метра выразится при тѣхъ же данныхъ:

$$\frac{60}{3,5 \, . \, 11} = 1,56 \text{ тон. на кв. метр. или}$$

$$p = \frac{1,56}{1,8} = 0,87 \text{ метра}$$

$$p_1 = \frac{1,56}{2,3} = 0,68 \text{ метра.}$$

Нагрузка отъ толпы людей принимается отъ 0,4 до 0,55 тон. на квадр. метръ.

Въ прилагаемой таблицѣ № 10 вычислены значенія высоты p грузовой площади, приведенной къ вѣсу кирпичной и бутовой кладки для разныхъ мостовъ.

Таблица № 10.

Сводчатые мосты.	Пролетъ (въ метрахъ).	Высота p (въ метрахъ) для сводовъ.	
		Кирпичныхъ ($a = 1,8$).	Бутовыхъ ($a = 2,3$).
Желѣзнодорожные . .	меньше 12 . . .	1,4	1,10
	отъ 12 до 24 . . .	1,20	0,94
	больше 24	0,90	0,70
Шоссейные	меньше 10. . . .	0,56	0,44
	отъ 10 до 20. . .	0,44	0,34
	больше 20	0,32	0,24
Пѣшеходные . . .	—	0,32	0,24

Примѣняются также слѣдующія формулы, предлагаемыя Engesser'омъ для разсчета желѣзныхъ мостовъ:

Если обозначимъ длину пролета чрезъ l метр. и допустимъ, что при односторонней нагрузкѣ давленіе отъ одного пути

распредѣляется по площади шириною 3,5 метра, то получимъ слѣдующія выраженія для высоты p приведенной грузовой площади при вѣсѣ 1 куб. метра матеріала a тоннъ:

1) для желѣзнодорожныхъ мостовъ съ пролетами отъ 10 до 50 метр.

$$p = \frac{1}{a}\left(1{,}20 + \frac{13{,}1}{l}\right),$$

2) для тяжелыхъ нагрузокъ городскихъ уличныхъ мостовъ

$$p = \frac{1}{a}\left(0{,}44 + \frac{2{,}8}{l}\right),$$

3) для обыкновенныхъ дорожныхъ мостовъ

$$p = \frac{1}{a}\left(0{,}36 + \frac{2{,}4}{l}\right).$$

Для опредѣленія толщины свода въ замкѣ при предварительныхъ разсчетахъ примѣняютъ иногда опытныя формулы, составленныя на основаніи сравненія существующихъ сводовъ. Недостатки ихъ заключаются въ томъ, что формулы различныхъ авторовъ даютъ при однихъ и тѣхъ же условіяхъ значительную разницу въ толщинѣ свода и при этомъ въ большинствѣ случаевъ не принимаютъ во вниманіе рода нагрузки и ея распредѣленія. Если обозначимъ чрезъ l (въ метрахъ) пролетъ, то толщина свода въ замкѣ d по Ронделе выразится:

I) Въ кирпичныхъ сводахъ полуциркульныхъ:

a) при горизонтальной забуткѣ, касающейся замка свода,

$$d = \frac{l}{48};$$

b) при забуткѣ до половины высоты свода $d = \frac{l}{36}$, если при этомъ забутка надъ ключемъ ограничена линіею параллельною внутренней производящей свода;

c) если при той же толщинѣ забутка ограничена наклонными касательными плоскостями, то $d = \frac{l}{32}$.

II) Толщина сводовъ изъ бута увеличивается въ 1,5—1,6 раза.

III) При правильной кладкѣ изъ тесанныхъ камней для

круговыхъ и элиптическихъ сводовъ, толщина которыхъ въ пятахъ вдвое больше толщины въ замкѣ, зависимость между пролетомъ и толщиной свода въ замкѣ выражается:

1) для сильно нагруженныхъ мостовыхъ сводовъ

$$d = 0{,}04\, l + 0{,}32 \text{ метра},$$

2) для сводовъ нагруженныхъ средней прочности

$$d = 0{,}02\, l + 0{,}16 \text{ метра},$$

3) для ненагруженныхъ сводовъ

$$d = 0{,}01\, l + 0{,}08 \text{ метра}.$$

По Perronet для мостовыхъ сводовъ

$$d = 0{,}035\, l + 0{,}32 \text{ метра}$$

при $l < 24$ метр.; для большихъ пролетовъ $d = \frac{l}{24.}$.

Наибольшія напряженія, допускаемыя въ кладкѣ сводовъ.

Допускаемыя напряженія въ сооруженіяхъ составляютъ нѣкоторую часть временнаго сопротивленія матеріала, которая можетъ быть выражена дробью $^1/_n$; знаменатель n выражаетъ какъ бы извѣстный запасъ прочности въ зависимости отъ свойствъ матеріала, его однородности, тѣхъ случайныхъ или не принятыхъ при разсчетѣ силъ и условій, дѣйствію которыхъ будетъ подвергаться сооруженіе, и, наконецъ, въ зависимости отъ точности разсчета и тщательности постройки и ея назначенія.

Обыкновенно коэффиціентъ прочности для сводовъ $n = 10$, т. е. допускаемыя напряженія составляютъ $^1/_{10}$ временнаго сопротивленія кладки раздробленію. Относительно этого вопроса можно замѣтить, что величина n зависитъ главнымъ образомъ отъ точности разсчета; чѣмъ ближе разсчетныя напряженія будутъ подходить къ тѣмъ, которыя явятся въ дѣйствительности, тѣмъ меньше величина n. Принятый коэффиціентъ прочности n долженъ относиться къ наиболѣе опаснымъ сѣченіямъ свода, которыя являются главнымъ образомъ вслѣдствіе невыгодной формы сводовъ.

Временное сопротивленіе кладки свода меньше временнаго сопротивленія камней, входящихъ въ составъ кладки.

Опыты Neumann'a и Böhme *) показали, что сопротивленіе раздробленію кирпичной кладки составляетъ 0,44 до 0,63 сопротивленія кирпича, въ зависимости отъ состава раствора.

Принимая запасъ прочности $n = 10$, получимъ (Böhme Centralbl. d. Bauv. 1883 г. стр. 320) допускаемыя напряженія: въ кирпичной кладкѣ на известковомъ растворѣ—9 килогр. на кв. сант., и для лучшей клинкерной кладки на цементномъ растворѣ—20 килогр. на кв. сант.

Временное сопротивленіе кладки изъ песчаника на цементномъ растворѣ по опытамъ Reinhard'a отъ 340 до 400 килогр. на кв. сант. и для гранитной—450 килогр. на кв. сантим.

По даннымъ строительной инспекціи въ Берлинѣ и строительнаго отдѣла министерства публичныхъ работъ (1890 г.) допускаются слѣдующія напряженія въ постройкахъ, подверженныхъ сжатію:

Обыкновенная кирпичная кладка	7 килогр. на кв. сант.
Кирпичная кладка на цементномъ растворѣ .	11—12 „
Лучшая кирпичная кладка изъ клинкера . .	12—14 „
Бетонъ обыкновенный.	10 „
Песчаникъ въ зависимости отъ твердости .	15—30 „
Гранитъ.	45 „

По опредѣленію Reinhard'a наибольшія дѣйствительныя напряженія въ существующихъ сводчатыхъ мостахъ слѣдующія:

Claixbrücke ($l = 50$ метр.) — 21 килогр. на кв. сант.

Dorabrücke ($l = 45$ метр.) — 25,0 килогр. на кв. сант.

Бетонный мостъ у Erbach'a ($l = 25$ метр.) — 29,0 килогр. на кв. сант.

Nagoldbrücke ($l = 33$ метра) — 29,3 килогр. на кв. сант.

---

*) Deutsche Bauzeitung 1867, ст. 1.
Zeitschr. f. Bauw. 1880, ст. 553.

Mungbrücke ($l = 30{,}4$ метра) — 45,0 килогр. на кв. сант. Вообще напряженія въ большинствѣ существующихъ мостовъ меньше $^1/_{10}$ временнаго сопротивленія раздробленію матеріала.

Разсчетъ опоръ свода.

Опоры передаютъ давленіе свода основанію, составляя какъ бы продолженіе свода, и поэтому конструкція и разсчетъ ихъ зависятъ отъ тѣхъ условій, въ которыхъ находится проектируемый сводъ.

Наивыгоднѣйшая форма и размѣры опоръ опредѣлятся въ каждомъ частномъ случаѣ, пользуясь слѣдующимъ общимъ пріемомъ.

Кривая давленій свода продолжается въ проектируемой опорѣ, для чего, задавшись извѣстными размѣрами опоры, суммируютъ графически всѣ силы, дѣйствующія на опору. Силы эти будутъ слѣдующія:

1) вѣсъ опоры и нагрузка, приложенная непосредственно къ опорѣ;

2) давленіе свода, и

3) давленіе земли.

Первыя силы и ихъ точки приложенія всегда легко опредѣлить. Давленіе свода вполнѣ опредѣлится величиной крайняго луча, проходящаго черезъ швовъ пяты; давленіе же земли обыкновенно не принимается въ разсчетъ, такъ какъ оно имѣетъ значительное вліяніе на форму и размѣры опоръ только въ подземныхъ сводахъ (тоннеляхъ). Въ обыкновенныхъ сводахъ, напримѣръ въ мостахъ, давленіе земли на береговой устой дѣйствуетъ обратно горизонтальному распору, и поэтому въ нѣкоторыхъ случаяхъ можно принять во вниманіе значительное давленіе земли и соотвѣтственно этому уменьшить размѣры опоръ.

При подвижной нагрузкѣ давленіе свода на опору будетъ величиною перемѣнной, и поэтому въ разсчетъ принимается наиболѣе опасное изъ этихъ давленій. Если на промежуточный устой опираются два одинаковые свода съ рав-

ными нагрузками, то равнодѣйствующая всѣхъ силъ, приложенныхъ къ опорѣ, будетъ вертикальна и пройдетъ чрезъ средину опоры. Для разсчета надо взять самое невыгодное распредѣленіе нагрузокъ, когда, напримѣръ, одинъ пролетъ нагруженъ возможно больше, другой смежный — возможно меньше. Если своды, лежащіе на одной опорѣ, несимметричны относительно ея оси, то полное давленіе на опору выразится какъ равнодѣйствующая всѣхъ силъ, приложенныхъ къ опорѣ.

Для примѣра, опредѣлимъ размѣры опоры свода, представленнаго въ фиг. 111.

Условіе равновѣсія опоры, вообще говоря, выразится слѣдующимъ образомъ, если пренебречь давленіемъ земли. Обозначимъ чрезъ V—вертикальную реакцію опоры, H—горизонтальный распоръ, фиг. 116, P— равнодѣйствующую вѣса опоры и соотвѣтствующей нагрузки $edgf$; чрезъ h—вертикальное разстояніе отъ наружнаго ребра (a) опоры до H; чрезъ x—искомую толщину опоры; m—горизонтальное разстояніе отъ внутренняго ребра (b) опоры до силы V.

Для устойчивости необходимо, чтобы равнодѣйствующая всѣхъ этихъ силъ пересѣкла подошву опоры между точками a и b, или въ крайнемъ случаѣ прошла при наибольшомъ горизонтальномъ распорѣ чрезъ точку a, т. е. чтобы моментъ всѣхъ внѣшнихъ силъ относительно точки a равнялся нулю.

Моментъ горизонтальнаго распора H выразится $(+H.h)$; моментъ вѣса опоры и нагрузки $edgf = \{-P.(x-n)\}$, гдѣ n—разстояніе отъ P до точки b; моментъ силы V — чрезъ $\{-V.(x-m)\}$.

Такимъ образомъ получимъ уравненіе

$$H.h-P(x-n)-V.(x-m)=0, \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

изъ котораго опредѣлится величина x.

Переходя къ частному случаю, допустимъ, фиг. 111, что общій вѣсъ опоры и соотвѣтствующей нагрузки выразится площадью $abcd$, средняя высота которой равна по чертежу 5 8 метр.

Вѣсъ 1 куб. метра кладки и засыпки примемъ равнымъ 2 тоннамъ. Если обозначимъ толщину опоры чрезъ x, то вѣсъ ея и засыпки $gcdk$ выразится

$$P = 2 \times 5{,}8 \,.\, x;$$

моментъ же P относительно точки a—

$$P(x-n) = \frac{2 \times 5{,}8 \,.\, x \,.\, x}{2} = 5{,}8\,\overline{x}^2$$

Изъ фиг. 111 получимъ:

$$h = 3{,}23 \text{ метра}$$

$$m = 0{,}14 \text{ метра},$$

а изъ предъидущаго разсчета свода:

$$H = 29{,}69 \text{ тоннъ}$$

$$V = 24{,}25 \text{ тоннъ}.$$

Поэтому уравненіе (1) обратится въ

$$29{,}69 \times 3{,}23 - 5{,}8x^2 - 2 \times 455\,(x - 0{,}14) = 0 \quad \text{или}$$

$$5{,}8x^2 + 24{,}55x - 99{,}34 = 0.$$

Отсюда:

$$x = \frac{-24{,}55 \pm \sqrt{24{,}55^2 + 4 \times 5{,}8 \times 99{,}34}}{2 \times 5{,}8} = 2{,}54 \text{ метра}.$$

Для повѣрки отложимъ $ba = 2{,}54$ метр., опредѣлимъ величину $P = 2 \times 5{,}8 \times 2{,}54 = 29{,}46$ тоннъ и выразимъ векторомъ P, проходящимъ чрезъ центръ тяжести площади $abcd$. Равнодѣйствующая P_n реакціи опоры $R = 38{,}35$ тоннъ должна пройти чрезъ точку a, если разсчетъ опоры сдѣланъ вѣрно. Но при такомъ положеніи равнодѣйствующей давленіе на единицу поверхности основанія и подошвы фундамента будетъ слишкомъ велико, и сама опора будетъ находиться въ равновѣсіи неустойчивомъ. Чтобы получить меньшія напряженія и извѣстный запасъ устойчивости, надо уширить опору такъ, чтобы кривая давленій a^1oa расположилась наивыгоднѣйшимъ образомъ и не вызывала въ кладкѣ опасныхъ напряженій. Въ данномъ случаѣ можно сдѣлать наружную поверхность опоры съ уступами шириною 0,21 метра, высо-

тою—0,60 метра; придавъ еще уширеніе фундаменту, получимъ общую ширину основанія $mn = 3,55$ метра. При такомъ устройствѣ можно считать, что вѣсъ опоры и ея нагрузки увеличится и выразится площадью трапеціи $adpn$, умноженной на вѣсъ 1 куб. метра кладки, т. е.

$$p = \frac{2\,(5,7 + 4,85)\,.\,0,85}{2} = 8,96 \text{ тоннъ.}$$

Новая равнодѣйствующая P вѣса опоры и соотвѣтствующей нагрузки выразится

$P_1 = P + p = 29,46$ тоннъ $+ 8,96$ тоннъ $= 38,42$ тоннъ.

Положеніе P_1 опредѣлится изъ уравненія моментовъ P и p относительно любой точки b:

$$x = \frac{29,46 \times 1,27 + 8,96 \times 2,97}{29,46 + 8,96} = 1,67 \text{ метра.}$$

Отложивъ $bt = 1,67$ метра, проведемъ вертикальную прямую ro_1 до пересѣченія съ кривой давленій въ точкѣ o_1 и отложимъ $o_1r = P_1 = 32,42$ тоннъ и $o_1s = R = 38,35$ тоннъ.

Новая равнодѣйствующая всѣхъ силъ o_1q пересѣчетъ подошву опоры въ точкѣ a_1, причемъ ширина подошвы $mn = 3,55$ метр., разстояніе отъ точки a_1 до центра подошвы t_1

$$t_1\, a_1 = 1,05 \text{ метра;}$$

вертикальное давленіе въ точкѣ a_1 равно

$V_1 = V + P_1 = 24,55$ тоннъ $+ 38,42$ тоннъ $= 62,97$ тоннъ на 1 погон. метръ длины свода.

Наибольшее напряженіе въ точкѣ n опредѣлится по формулѣ Навье

$$f = \frac{62970}{100.355}\left(1 + \frac{6.105}{355}\right) = 4,9 \text{ килогр. на кв. сант.}$$

Если основаніе не можетъ выдержать такого давленія, то надо снова уширить опору, или укрѣпить основаніе *).

---

*) Источниками при составленіи этой статьи служили:

Х. С. Головинъ. Упругія арки.

К. Бахъ. Упругость и крѣпость матеріаловъ.

Г. Паукеръ. Строительная механика.

В. Кекъ. Основы разсчета строительныхъ сооруженій по методамъ теоріи упругости.

Winkler. Beitrag zur Theorie des Bogenträger.

A. Föppl. Theorie der Gewölbe.

Weyrauch. Die elastischen Bogenträger.

Müller-Breslau. Elasticitätstheorie der Tonnengewölbe.

— Elasticitätstheorie nach der Stützlinie geformten Tonnengewölbe.

— Die graphische Statik der Bauconstructionen.

G. Tolkmitt. Leitfaden für das Entwerfen und die Berechnung gewölbter Brücken.

W. Ritter. Die Statik der Tunnelgewölbe.

Ludwig Debo. Die Lage der neutralen Schichte bei gebogenen Körpern.

Gunschke. Die Theorie der gewöhnlichen Bogen.

Rehbein. Ausgewählte Monier und Beton Bauwerke.

Gastner. Der Cement und seine rationelle Verwerthung zu Bauzwecken.

Bericht Gewölbe-Ausschusses.

Allan. Theory of arches.

Cain. Voussoir arches applied to stone bridges, tunnels and groined arches.

— Theory of voussoir arches.

— Theory of solid and braced elastic arches.

E. Hyde. Skew arches.

J. Newman. Notes on con^rete and works in concrete.

Rankine. Applied mechanics.

Jean Resal. Emplacement, debouchés, fondations, ponts en maçonnerie.

Tedecko. Tables et graphiques pour le calcul des arches surbaissées en maçonnerie.

Foutviolaut Mémoire sur la statique graphique des arcs élastiques.

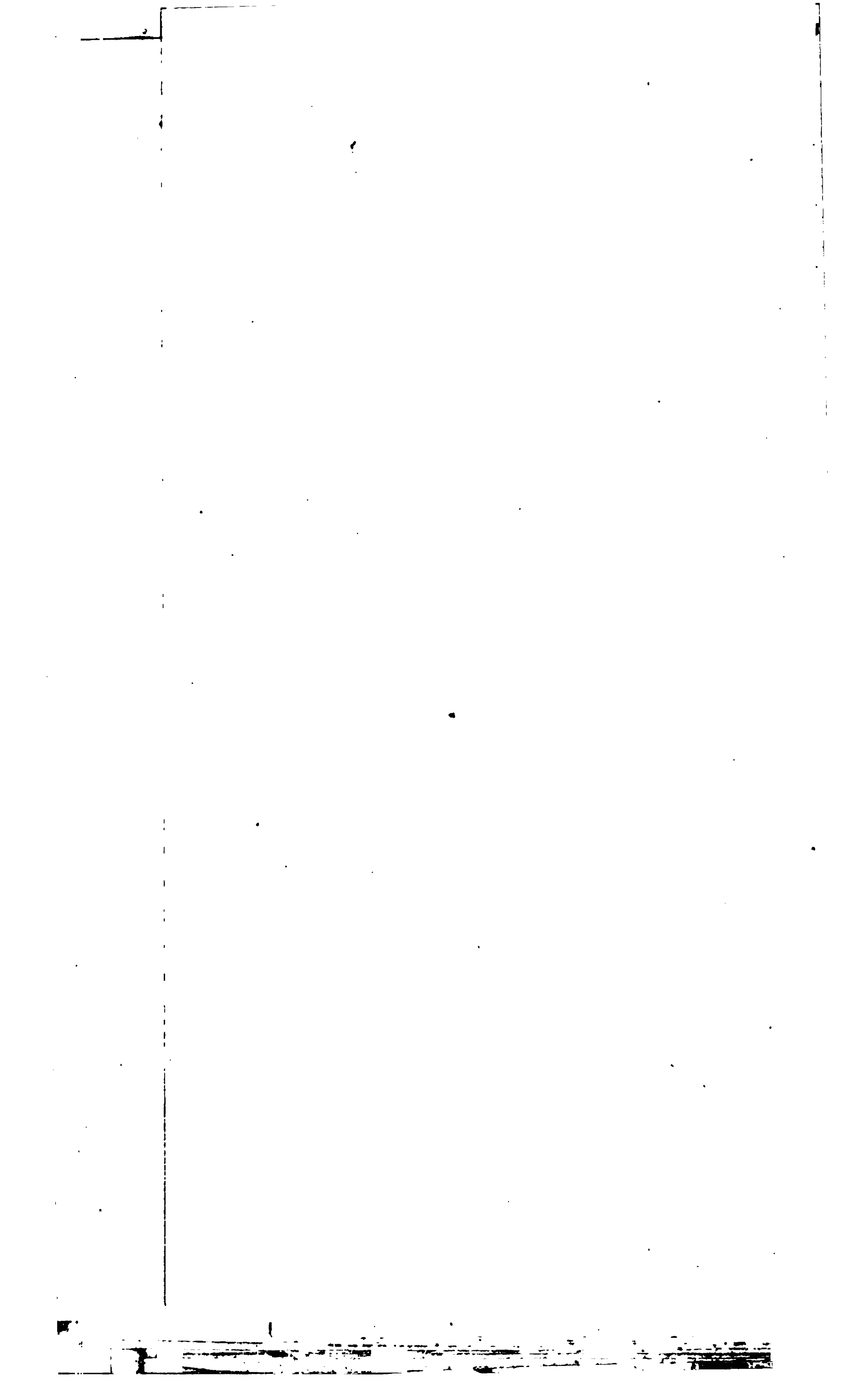
Отдѣльныя статьи журналовъ: Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, Zeitschrift des Oester. Ingenieur-und-Architekten-Vereins, и др.

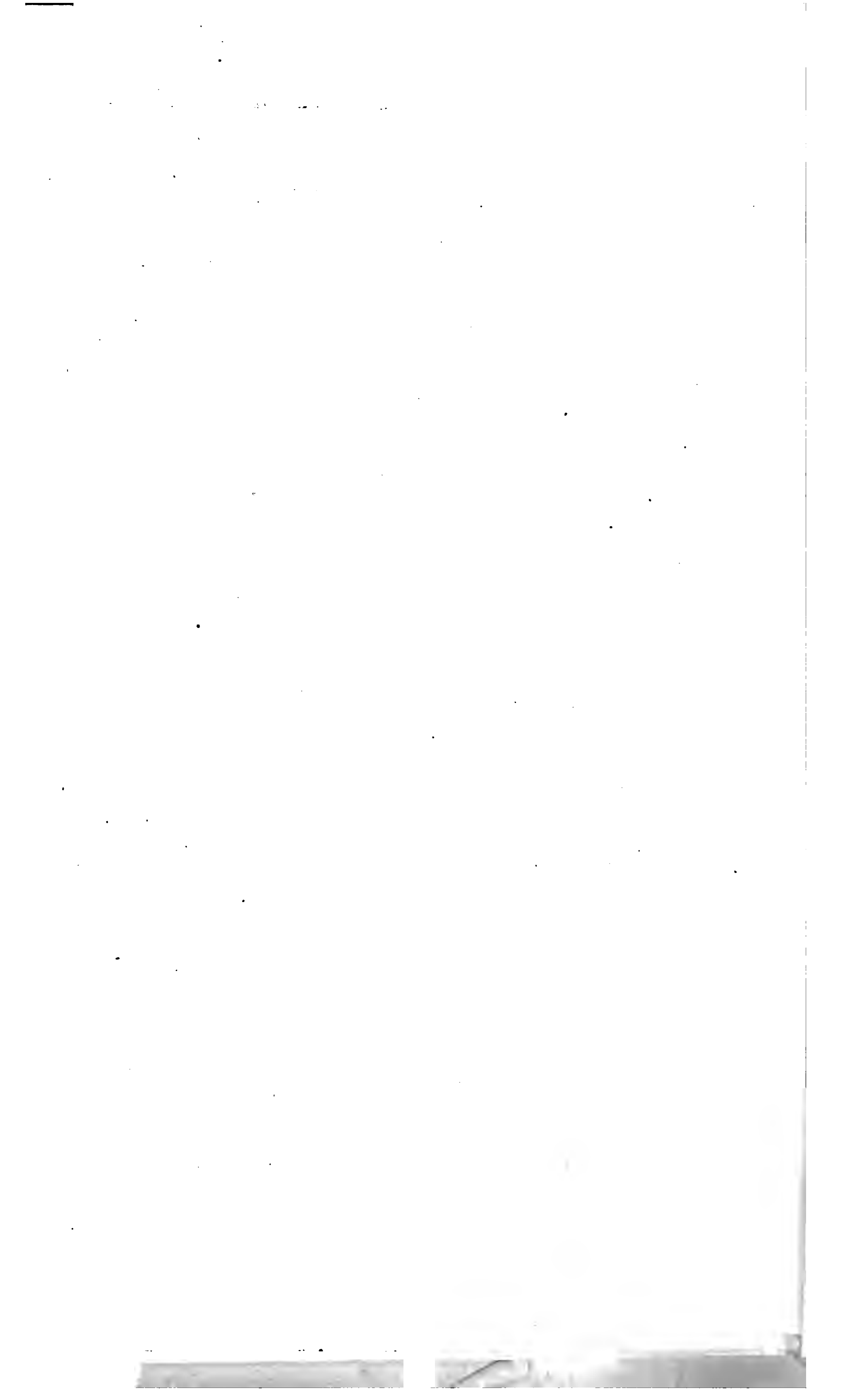
Справочная книга «Hütte».

7,38

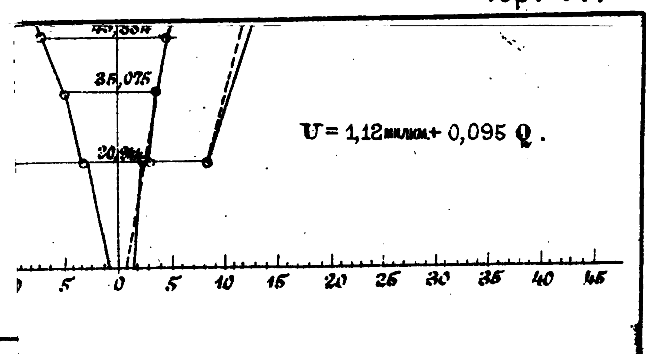
5,64 6,26

4,42 Фи





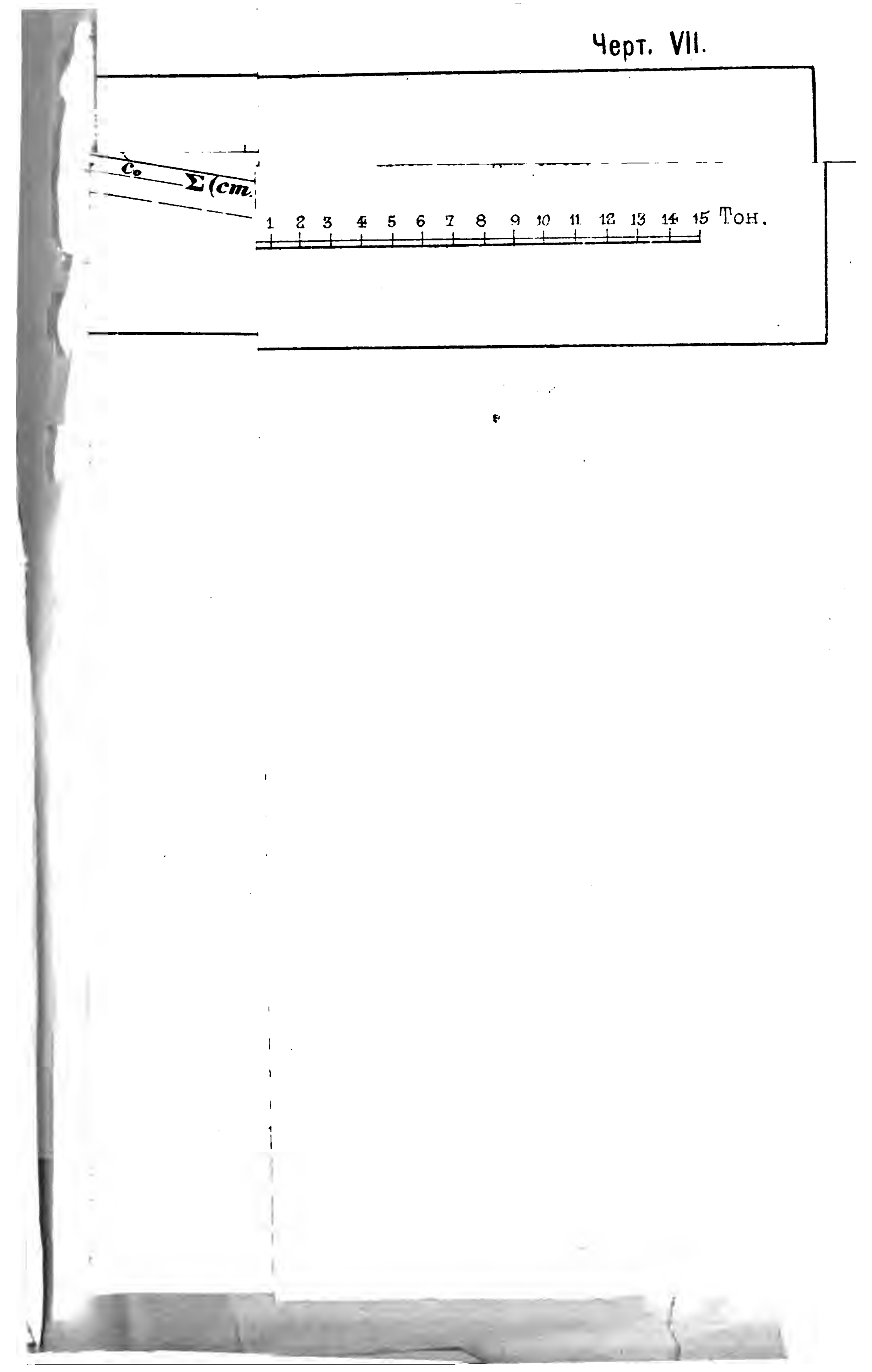
Черт IV.



847 Ц на пог. метръ

АВТОЛИТ. Ф. КРЕМЕРА, СПБ.

Черт. VII.



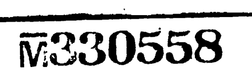
7,38

5,64

6,23

4,62

Фи


M330558

